

應用於工具機中 X-Y 平台之強健性遞迴式 類神經網路滑動模態控制

謝伯璜 林法正

國立東華大學 電機工程學系

花蓮縣壽豐鄉志學村大學路二段一號

TEL: 03-8634100 FAX: 03-8634060

摘要：本文之主旨系發展強健性遞迴式類神經網路滑動模態(RRNNMSM)控制系統來控制此雙軸運動機構。此雙軸運動機構為電腦數值計算控制(CNC)工具機中由二個永磁同步馬達所構成的 X-Y 平台。首先將推導出包含雙軸間的交叉耦合干擾的單軸運動動態模型。然後，為了改善系統追隨的控制效能，本文設計了強健性遞迴式類神經網路滑動模態控制系統來有效的近似滑動模態控制系統中的等效控制；其中 X 軸與 Y 軸為分開獨立控制。從多種參考輪廓軌跡追隨的實作結果中，我們發現系統在運動追跡效能上有著顯著的改善，並且由於此控制器之強健性使得系統效能並不受參數變化、外力干擾、交叉耦合干擾和摩擦力等因素的影響。故強健性遞迴式類神經網路滑動模態控制系統能有效的增進系統的控制效能，並進一步減少系統對於不確定性的影響程度。

關鍵字：強健性遞迴式類神經網路滑動模態、雙軸運動機構、CNC 工具機、強健性、參考輪廓追隨

I. 簡介

遞迴式類神經網路(RNNs)[1,2]結合了前饋和迴授兩種的網路連接方式。使得遞迴式類神經網路能有效的模組化、並有效的控制其複雜的系統。因為遞迴式的神經元具有內部的迴授迴路不需經由額外迴授的延遲，即可獲得系統的動態響應。因此，遞迴式的類神經網路比前饋式的類神經網路具有更高級的能力。遞迴式類神經網路能藉由本身暫態的運算，而有能力處理輸入或輸出為時變的系統[1]。因此遞迴式類神經網

路是一種動態的映射結構，所以，對於未知模式的動態系統、系統參數的變化和外來負載的干擾等均能有效的控制。

在現在工業系統上，電腦數值控制(CNC)工具機變成很重要的元素之一[3,4]。一般來說，CNC 機器可以被區分為二種部份：一部份為具有伺服驅動器的機械結構，另一部份為控制多軸機械運動之控制器。大致上，CNC 機器是由 X-Y 平台和 Z 軸所構成的機械運動裝置；每一軸都是由一個獨立的致動器所驅動，像是直流馬達或是交流馬達。這種架構通常產生了一些問題，例如：無法模式化的動態模型，交叉耦合干擾，難以測量的摩擦力參數和各軸的負載轉矩干擾…等；通常這些因素會嚴重的降低機械加工的品質[3]。因此為了改善機械加工時追隨品質，許多專門改善控制效能的研究被提出[5,6]。因此，為了改善 CNC 工具機追隨的強健性及高效能的研究被提出[5-8]。在參考文獻[5]，使用動態濾波器來增強對系統參數變化的強健性和補償負載轉矩的干擾。然而，此濾波器的時間常數必需經由實驗來獲得，而且在控制設計時此濾波器相對階數的選擇還必須避開微分運算。在參考文獻[6]中，可變結構控制被使用於速度控制迴路，PI 型式的控制器被使用於位置控制迴路。如此的話，追隨的效能明顯被限制在位置控制迴路中。此外，藉由學習法則來調整參數的位置控制器在參考文獻[7]與[8]被提出。在參考文獻[7]與[8]中，類神經和相似於類神經的控制器分別被使用。然而在參考文獻[7]中，只考慮了系統參數的變動，在參考文獻[8]只分析控制器參數的調整對位置追隨準確性的影響。

在滑動模態控制中，我們知道若系統狀態被控制

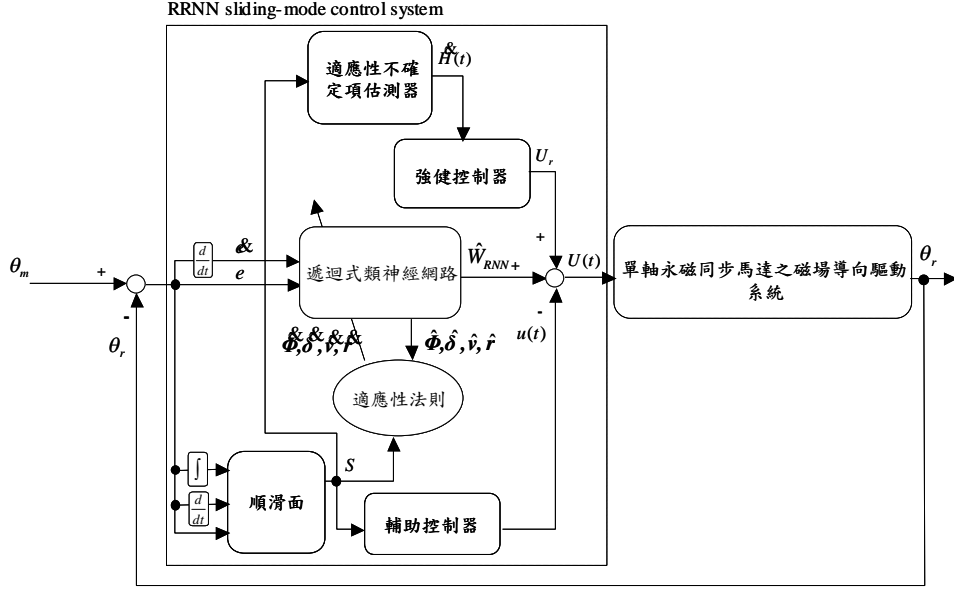


圖 1 強健性遞迴式類神經網路滑動模態控制系統

在順滑面時，其系統對於不確定因素將會有好的強健性。但在滑動模態中，卻也存在著因為順滑面上的切換而容易激發不必要的高頻響應的問題。為了保留滑動模態控制的強健性優點，因此本文設計一個強健性遞迴式類神經網路(RRNN)滑動模態來控制此雙軸平台的 CNC 工具機，以期能追隨各種不同的參考軌跡。

II. CNC 工具機之單軸機械模型

在同步旋轉參考坐標軸下，CNC 工具機中其磁場導向控制之永磁同步馬達之機器模型可以簡化如下 [9]：

$$T_{ei} = K_n i_{qi}^* \quad (1)$$

$$K_{ti} = 3n_{pi} L_{mdi} I_{fdi} / 2 \quad (2)$$

其中 K_n 為力矩常數； i_{qi}^* 為 q 軸之力矩電流命令； L_{mdi} 為 d 軸之互感； I_{fdi} 為 d 軸等效磁化電流。單軸機構之動態方程式為：

$$T_e = T_L + B\omega_r + Jp\omega_r + T_f(v) \quad (3)$$

其中 J 為轉動慣量(inertia)； B 為阻尼係數(damping coefficient)；而 T_L 為包含交叉耦合干擾之外力干擾項； $T_f(v)$ 為摩擦力矩； v 為 X 軸和 Y 軸之線型速度。其中考慮庫倫摩擦力，黏滯摩擦力和 stribeck effect，並可以將摩擦力表示如下示：

$$T_f(v_i) = F_{Ci} \operatorname{sgn}(v_i) + (F_{Si} - F_{Ci}) e^{-(v_i/v_n)^2} \operatorname{sgn}(v_i) + K_{vi} v_i$$

(4)

其中 F_{Ci} 為庫倫摩擦力， F_{Si} 為靜摩擦力， v_{si} 為 stribeck 的速度參數， K_{vi} 為黏滯摩擦係數。(4)中之各參數均為時變。

在標準條件下，將動子位置之步階響應利用 Curve-fitting 技術將可以獲得驅動系統之模型。其主要的系統參數為：

$$\bar{K}_{ix} = 0.96 \text{ Nm/A}, \bar{J}_x = 2.9 \times 10^{-3} (\text{Nmsec}^2),$$

$$\bar{B}_x = 0.1003 (\text{Nmsec/rad}) \quad (5)$$

$$\bar{K}_{iy} = 0.96 \text{ Nm/A}, \bar{J}_y = 2.79 \times 10^{-3} (\text{Nmsec}^2),$$

$$\bar{B}_y = 0.1015 (\text{Nmsec/rad}) \quad (6)$$

其上標符號代表在標準條件下的系統參數。雖然在現實應用上，永磁同步馬達伺服驅動系統為非線性時變系統，並考慮系統參數變化和包含摩擦力矩之外來非線性時變干擾下，經由磁場導向控制其實電轉矩仍可以被簡化成(1)

III. 強健性遞迴式類神經網路滑動模態控制系統

為了有效控制數值控制工具機 X-Y 平台的運動，本章提出了強健性遞迴式類神經網路滑動模態控制系統。X 軸與 Y 軸的運動是分開控制的。圖 1 詳細描述了針對單軸永磁同步馬達所設計的強健性遞迴式類神經網路滑動模態控制系統。由永磁同步馬達所組成的

X-Y 平台之每一軸皆可經由(1)式和(3)式來得到下列結果：

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}_r &= -\frac{B}{J}\dot{\theta}_r(t) + \frac{K}{J}i_q^*(t) - \frac{1}{J}(T_L + T_f(v)) \\ &\triangleq A_p\dot{\theta}_r(t) + B_p U(t) + C_p(T_L + T_f(v))\end{aligned}\quad (6)$$

其中 $A_p = -B/J$; $B_p = J/K_i > 0$; $C_p = -1/J$; 而 $U(t)$ 是永磁同步馬達的控制轉矩如轉矩電流命令。現在先假設系統的參數都是已知的，外力干擾、交叉耦合干擾和摩擦力都是不存在的，則永磁同步馬達的標準模型為下式所示：

$$\ddot{\theta}_r(t) = A_n\dot{\theta}_r(t) + B_n U(t) \quad (7)$$

其中 A_n 為 A_p 之標準值； B_n 為 B_p 之標準值。假如不確定項產生，例如：系統參數值偏離了標準值或是系統出現了外力干擾，交叉耦合干擾和摩擦力矩。此時，控制系統的動態方程式將被修改成：

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}_r(t) &= (A_n + \Delta A)\dot{\theta}_r(t) + (B_n + \Delta B)U(t) + (C_n + \Delta C)(T_L + T_f(v)) \\ &= A_n\dot{\theta}_r(t) + B_n U(t) + D(t)\end{aligned}\quad (8)$$

其中 C_n 為 C_p 之標準值； ΔA ， ΔB 和 ΔC 代表變動量；並且 $D(t)$ 被稱為總集不確定項，定義為：

$$D(t) = \Delta A\dot{\theta}_r(t) + \Delta B U(t) + (C_n + \Delta C)(T_L + T_f(v)) \quad (9)$$

在這裡我們將總集不確定項的邊界假設為已知，如：

$$|D(t)| \leq \rho \quad (10)$$

ρ 為一個給定的正常數項。為了避免同步永磁馬達中不可預期之不確定項的出現，本章提出了強健性遞迴式類神經網路滑動模態控制系統。

為了達到控制的目的，控制的問題在於找到一個控制法則使得狀態變數 $\theta_r(t)$ 可以追隨上參考命令 $\theta_m(t)$ 。定義了追隨誤差 $e(t) = \theta_m(t) - \theta_r(t)$ ，其中 $\theta_m(t)$ 代表各軸的運動命令。現在，定義順滑面為：

$$S(t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^2 \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (11)$$

其中 λ 為正的常數值。將 $S(t)$ 對 t 微分和利用(6.3)，將可以獲得：

$$\begin{aligned}\dot{S}(t) &= \ddot{\theta}_r(t) + 2\lambda\dot{\theta}_r(t) + \lambda^2 e(t) \\ &= \ddot{\theta}_m(t) - A_n\dot{\theta}_r(t) - B_n U(t) - D(t) + 2\lambda\dot{\theta}_r(t) + \lambda^2 e(t)\end{aligned}\quad (12)$$

在設計滑動模態控制系統時，首先必需先得到系統在順滑面上的等效控制力。此等效控制力可藉由下式獲得：

$$\dot{S}(t) \Big|_{U(t)=U_{eq}(t)} = 0 \quad (13)$$

將(12)式帶入(13)式中，可以得到

$$\ddot{\theta}_m(t) - A_n\dot{\theta}_r(t) - B_n U(t) - D(t) + 2\lambda\dot{\theta}_r(t) + \lambda^2 e(t) = 0 \quad (14)$$

解(14)式，其中一解如下：

$$U_{eq}(t) = B_n^{-1} \left[\ddot{\theta}_m(t) - A_n\dot{\theta}_r(t) - D(t) + 2\lambda\dot{\theta}_r(t) + \lambda^2 e(t) \right] \quad (15)$$

既然 $\dot{S}(t) = 0$ ，則系統在滑動模態的動態特性 $t \geq 0$ 時表示如下：

$$\ddot{\theta}_r(t) + 2\lambda\dot{\theta}_r(t) + \lambda^2 e(t) = 0 \quad (16)$$

然後經由選擇適當 λ 值後，系統中所要求的動態特性如上升時間、超越量和穩定時間等都可以被簡單設計成一個二階系統。不過假如系統的參數不定或是不知道時，則(16)的等式將不會成立，這樣系統的穩定性將會被破壞。為了能在上述的情況下確保系統的穩定性，我們提出了以計算轉矩控制設計為基礎的強健性遞迴式類神經網路滑動模態控制器設計，並且將在下面的章節為大家解說其設計原理。

A. 計算轉矩控制設計

從(11)、(12)和(13)中，理想等效控制法則(14)可修改成下式：

$$-B_n^{-1}\dot{S}(t) = B_n^{-1}A_n S(t) - U_{eq}(t) + W \quad (17)$$

其中 W 為非線性函數其定義如下：

$$W = B_n^{-1} \left\{ -A_n \left[\ddot{\theta}_m(t) + 2\lambda\dot{\theta}_r(t) + \lambda^2 \int_0^t e(\tau) d\tau \right] - D(t) + \ddot{\theta}_r(t) \right\} \quad (18)$$

計算轉矩控制法則為了要近似理想等效控制法則，將其設計如下：

$$U_{eq}(t) = W - u(t) \quad (19)$$

其中 $u(t)$ 是一個輔助的控制輸入。進一步將(19)式代入(17)式，則閉迴路系統將會變成

$$-B_n^{-1}\dot{S}(t) = B_n^{-1}A_n S(t) + u(t) \quad (20)$$

在計算轉矩控制中， $u(t)$ 可以表示成 PID 控制器，其表示法如下：

$$u(t) = -\left(K_s \mathcal{E}(t) + K_p e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau\right) \quad (21)$$

其中 K_s 、 K_p 和 K_I 是控制增益。我們可選取 K_p 和 K_I 如下所示：

$$K_p = K_s \times 2\lambda, \quad K_I = K_s \times \lambda^2 \quad (22)$$

將(22)式代入(23)式，可以得到

$$\begin{aligned} u(t) &= -K_s \left(\mathcal{E}(t) + 2\lambda e(t) + \lambda^2 \int_0^t e(\tau) d\tau \right) \\ &= -K_s S(t) \end{aligned} \quad (23)$$

從(23)式，可以重新得到新的閉迴路控制系統如下：

$$\begin{aligned} -B_n^{-1} \mathcal{E}(t) &= B_n^{-1} A_n S(t) - K_s S(t) \\ &= (B_n^{-1} A_n - K_s) S(t) \end{aligned} \quad (24)$$

之後我們定義李亞普諾夫函數如下：

$$V_1(S(t)) = -\frac{1}{2} S(t) B_n^{-1} S(t) \quad (25)$$

將(25)式對時間微分後代入(24)式，將可得到：

$$\dot{V}_1 = -S(t) B_n^{-1} \mathcal{E}(t) = S(t) (B_n^{-1} A_n - K_s) S(t) \leq 0 \quad (26)$$

由於 $\dot{V}_1(S(t)) \leq 0$ ，故 $\dot{V}_1(S(t)) \leq 0$ 為負半定，即 $V_1(S(t)) \leq V_1(S(0))$ ，其中 $S(t)$ 是有界限的。假設函數 $\Gamma_1(t) = -S(t) (B_n^{-1} A_n - K_s) S(t) \leq -\dot{V}_1$ 和積分函數 $\Gamma_1(t)$ 皆為時間變數

$$\int_0^t \Gamma_1(\tau) d\tau \leq V_1(S(0)) - V_1(S(t)) \quad (27)$$

因為 $V_1(S(0))$ 是有界限的且 $V_1(S(t))$ 是一個有界限的非遞增函數，故我們可以得到下列的結果：

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \Gamma_1(\tau) d\tau < \infty \quad (28)$$

又 $\dot{V}_1(t)$ 也是有界限的。所以根據巴巴拉輔助定理[10]，我們可以證明 $\lim_{t \rightarrow \infty} \Gamma_1(t) = 0$ 。故我們可以得到當 $S(t) \rightarrow 0$ 則 $t \rightarrow \infty$ 。從上述得到的結果，我們可以確定計算轉矩控制設計是穩定的。所以控制系統的追蹤誤差將會在 $S(t) \rightarrow 0$ 時收斂至 0。

B. 強健性遞迴式類神經網路設計

在(18)式中，非線性函數 W 將許多不確定性的影響考慮進去了，如機械參數的變動，外部的雜訊，軸與軸間的交叉耦合影響和摩擦力等。由於系統參數的變動是不容易由量測得到且雜訊，交叉耦合的影響和

摩擦力也是一樣都無法得到一個確切的數值，所以對於實際的應用上，這些不確定項都是很難以事先得知的，所以(19)式幾乎是無法實現的。因此，我們提出計算轉矩控制器如(29)式用來近似非線性函數 W ：

$$U(t) = \hat{W} - u(t) \quad (29)$$

其中的 \hat{W} 為智慧型控制器可以用來學習非線性函數 W 其被定義如下：

$$\hat{W} = \hat{W}_{RNN} + U_r \quad (30)$$

其中 \hat{W}_{RNN} 是遞迴式類神經網路輸出而 U_r 是強健控制器。遞迴式類神經網路 \hat{W}_{RNN} 可以用來學習非線性方程式，由於系統的不確定性，我們設計了強健控制 U_r 來補償 W 和 \hat{W}_{RNN} 之間的差異。

在本文中，將採用一個三層的遞迴式類神經網路包含了輸入層，隱藏層和輸出層，如圖 2 所示，並以高斯函數為其觸發函數。進一步我們將他表示成下列的式子：

$$y = W_{RNN}(x, \delta, v, r, \Phi) \equiv \Phi \quad (31)$$

其中 y 為單一輸出的遞迴式類神經網路； $\Phi \in R^{1 \times k}$ 為一個在隱藏到輸出層的可調整權重向量； k 是在隱藏層的節點數量； $\Theta \in R^{k \times 1}$ 是隱藏層的輸出向量； $x = [e(t) \quad \mathcal{E}(t)] \in R^{2 \times 1}$ 是遞迴式類

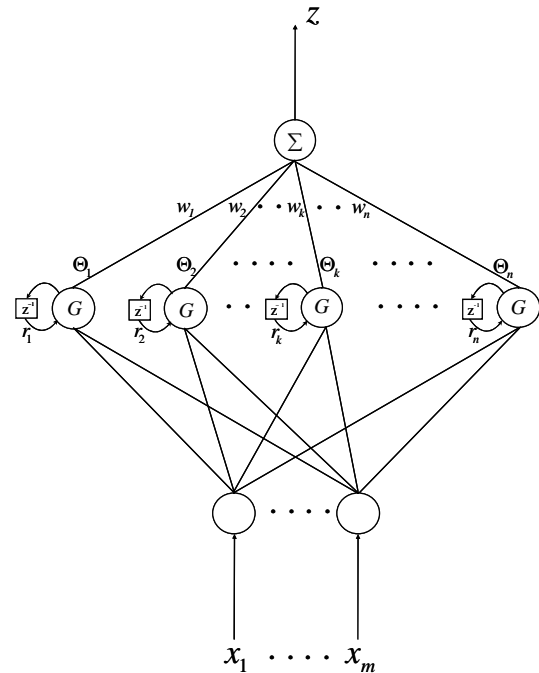


圖 2 類神經網路架構圖

神經網路的輸入向量； v_{ik} 和 δ_{ik} 是分別是高斯函數的中

心和寬度； r_k 是內部的回授增益；最後其權重值可表示如下：

$$\theta_k(N) = \exp\left(-\sum_{i=1}^m \delta_{ik}^2 [x_i(N) + \theta_k(N-1)r_k - v_{ik}]^2\right) \quad (32)$$

在參考文獻[11]中已經證明了存在(32)式的遞迴式類神經網路，故可以均勻的近似非線性函數，甚至於是一個時變的方程式。由於它的一般的近似特性，所以存在一個最理想的遞迴式類神經網路控制器 W_{RNN}^* 來學習此非線性的函數 W ，以至於 W 可表示如下：

$$W = W_{RNN}^*(x, \delta^*, v^*, r^*, \Phi^*) + \varepsilon = \Phi^* \Theta^* + \varepsilon \quad (33)$$

其中 ε 是最小重建誤差； δ^* 、 v^* 和 r^* 分別是遞迴式類神經網路中最佳化的參數 δ 、 v 和 r 。重新寫過(30)式，可以得到下式

$$\hat{W} = \hat{W}_{RNN}(x, \hat{\delta}, \hat{v}, \hat{r}, \hat{\Phi}) + U_r = \hat{\Phi} \hat{\Theta} + U_r \quad (34)$$

其中 $\hat{\delta}$ 、 \hat{v} 、 \hat{r} 和 $\hat{\Phi}$ 都是以適應演算法則為條件下所估算出的最佳化參數。然後將(33)式減去(34)式，近似誤差 \tilde{W} 被定義如下：

$$\tilde{W} = W - \hat{W} = \Phi^* \Theta^* + \varepsilon - \hat{\Phi} \hat{\Theta} - U_r = \Phi^* \tilde{\Theta} + \tilde{\Phi} \hat{\Theta} + \varepsilon - U_r \quad (35)$$

其中 $\tilde{\Phi} = \Phi^* - \hat{\Phi}$ 和 $\tilde{\Theta} = \Theta^* - \hat{\Theta}$ 。在本文中，我們提出一種線上調整遞迴式類神經網路參數的控制方法並且使系統能在擁有完美追跡效能下又能保證其系統的穩定性。為了達成這樣的目標，我們使用了一種線性化的技巧將非線性的遞迴式類神經網路函數轉換成部分現性的形式，如下所示我們在泰勒級數展開下得到了 $\tilde{\Theta}$ 的擴展方程式：

$$\tilde{\Theta} = \begin{bmatrix} \tilde{\Theta}_1 \\ \tilde{\Theta}_2 \\ \vdots \\ \tilde{\Theta}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Theta_1}{\partial \delta} \\ \frac{\partial \Theta_2}{\partial \delta} \\ \vdots \\ \frac{\partial \Theta_k}{\partial \delta} \end{bmatrix} \Big|_{\delta=\hat{\delta}} (\delta^* - \hat{\delta}) + \begin{bmatrix} \frac{\partial \Theta_1}{\partial v} \\ \frac{\partial \Theta_2}{\partial v} \\ \vdots \\ \frac{\partial \Theta_k}{\partial v} \end{bmatrix} \Big|_{v=\hat{v}} (v^* - \hat{v}) + \begin{bmatrix} \frac{\partial \Theta_1}{\partial r} \\ \frac{\partial \Theta_2}{\partial r} \\ \vdots \\ \frac{\partial \Theta_k}{\partial r} \end{bmatrix} \Big|_{r=\hat{r}} (r^* - \hat{r}) + O_{nv}$$

$$\equiv \Theta_{\delta}^T \tilde{\delta} + \Theta_v^T \tilde{v} + \Theta_r^T \tilde{r} + O_{nv} \quad (36)$$

其中 $\tilde{\Theta} = \Theta^* - \hat{\Theta}$ ； Θ^* 是的最佳化參數； $\hat{\Theta}$ 是 Θ^* 的估測參數；

$$\Theta_{\delta} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Theta_1}{\partial \delta} & \frac{\partial \Theta_2}{\partial \delta} & \Lambda & \frac{\partial \Theta_k}{\partial \delta} \end{bmatrix} \Big|_{\delta=\hat{\delta}} \in R^{j \times k} ;$$

$$\Theta_v = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Theta_1}{\partial v} & \frac{\partial \Theta_2}{\partial v} & \Lambda & \frac{\partial \Theta_k}{\partial v} \end{bmatrix} \Big|_{v=\hat{v}} \in R^{j \times k} ;$$

$$\Theta_r = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Theta_1}{\partial r} & \frac{\partial \Theta_2}{\partial r} & \Lambda & \frac{\partial \Theta_k}{\partial r} \end{bmatrix} \Big|_{r=\hat{r}} \in R^{j \times k} ; \quad \tilde{\delta} = \delta^* - \hat{\delta} ;$$

$\tilde{v} = v^* - \hat{v}$ ； $\tilde{r} = r^* - \hat{r}$ ； $O_{nv} \in R^{j \times 1}$ 是高階部分的向量。

然後我們將(36)式代入(35)式中，我們可以發現

$$\begin{aligned} \tilde{W} &= \Phi^* \Theta^* + \varepsilon - \hat{\Phi} \hat{\Theta} - U_r \\ &= \Phi^* \left[\hat{\Theta} + \Theta_{\delta}^T \tilde{\delta} + \Theta_v^T \tilde{v} + \Theta_r^T \tilde{r} + O_{nv} \right] + \varepsilon - \hat{\Phi} \hat{\Theta} - U_r \\ &= \tilde{\Phi} \hat{\Theta} + \hat{\Phi} \Theta_{\delta}^T \tilde{\delta} + \hat{\Phi} \Theta_v^T \tilde{v} + \hat{\Phi} \Theta_r^T \tilde{r} - U_r + H \end{aligned} \quad (37)$$

其中 $H = \tilde{\Phi} \Theta_{\delta}^T \tilde{\delta} + \tilde{\Phi} \Theta_v^T \tilde{v} + \tilde{\Phi} \Theta_r^T \tilde{r} + \Phi^* O_{nv} + \varepsilon$ 為不確定項。根據(17)、(20)、(23)、(29)、(35)和(37)式，動態方程式可被表示如下：

$$\begin{aligned} -B_n^{-1} \dot{S}(t) &= B_n^{-1} A_n S(t) - U(t) + W \\ &= B_n^{-1} A_n S(t) - \hat{W} + u(t) + W \\ &= B_n^{-1} A_n S(t) + u(t) + \tilde{W} \\ &= B_n^{-1} A_n S(t) + u(t) + (\tilde{\Phi} \hat{\Theta} + \hat{\Phi} \Theta_{\delta}^T \tilde{\delta} + \hat{\Phi} \Theta_v^T \tilde{v} + \hat{\Phi} \Theta_r^T \tilde{r} \\ &\quad - U_r + H) \end{aligned} \quad (38)$$

定理1：首先我們考慮轉子角度控制的永磁性同步馬達驅動器，表示如(8)式所示。假如計算轉矩控制器如(29)式般設計；輔助的控制法則如(21)式般設計，而智慧型控制法則如(34)式般設計，其中遞迴式類神經網路的適應法則依照(39~42)且強健控制器也在以(44)式為適應估測演算法中依照(43)式設計，經由這樣的設計控制系統的穩定度是可以確保的。

$$\dot{\hat{\Phi}} = \alpha_1 S(t) \hat{\Phi}^T \quad (39)$$

$$\dot{\hat{\delta}} = \alpha_2 \left(S(t) \hat{\Phi} \Theta_{\delta} \right)^T \quad (40)$$

$$\dot{\hat{v}} = \alpha_3 \left(S(t) \hat{\Phi} \Theta_v \right)^T \quad (41)$$

$$\dot{\hat{r}} = \alpha_4 \left(S(t) \hat{\Phi} \Theta_r \right)^T \quad (42)$$

$$U_r = \hat{H}(t) \quad (43)$$

$$\dot{\hat{H}}(t) = \alpha_5 S(t) \quad (44)$$

上面中的 α_1 、 α_2 、 α_3 、 α_4 和 α_5 都是正數； $\hat{H}(t)$ 是不

確定項 H 的估測值。

證明：選擇一個李亞普諾夫函數如下

$$V_2(S(t), \tilde{H}(t), \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \tilde{\boldsymbol{\delta}}, \tilde{\mathbf{v}}, \tilde{\mathbf{r}}) = -\frac{1}{2} S(t) B_n^{-1} S(t) + \frac{1}{2\alpha_1} \tilde{\boldsymbol{\theta}} \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T + \frac{1}{2\alpha_2} \tilde{\boldsymbol{\delta}}^T \tilde{\boldsymbol{\delta}} + \frac{1}{2\alpha_3} \tilde{\mathbf{v}}^T \tilde{\mathbf{v}} + \frac{1}{2\alpha_4} \tilde{\mathbf{r}}^T \tilde{\mathbf{r}} + \frac{1}{2\alpha_5} \tilde{H}^2(t) \quad (45)$$

進一步將(45)式對時間微分並且使用(37)式，可以獲得下面式子：

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -S(t) B_n^{-1} \dot{S}(t) - \frac{1}{\alpha_1} \tilde{\boldsymbol{\theta}} \dot{\boldsymbol{\theta}}^T - \frac{1}{\alpha_2} \tilde{\boldsymbol{\delta}}^T \dot{\boldsymbol{\delta}} - \frac{1}{\alpha_3} \tilde{\mathbf{v}}^T \dot{\mathbf{v}} - \frac{1}{\alpha_4} \tilde{\mathbf{r}}^T \dot{\mathbf{r}} - \\ &\quad \frac{1}{\alpha_5} \tilde{H}(t) \dot{\tilde{H}}(t) \\ &= S(t) [B_n^{-1} A_n S(t) + u(t) + (\tilde{\boldsymbol{\theta}} \hat{\boldsymbol{\theta}} + \hat{\boldsymbol{\theta}} \boldsymbol{\theta}_\delta \tilde{\boldsymbol{\delta}} + \hat{\boldsymbol{\theta}} \boldsymbol{\theta}_v \tilde{\mathbf{v}} + \hat{\boldsymbol{\theta}} \boldsymbol{\theta}_r \tilde{\mathbf{r}} - \\ &\quad U_r + H)] - \frac{1}{\alpha_1} \tilde{\boldsymbol{\theta}} \dot{\boldsymbol{\theta}}^T - \frac{1}{\alpha_2} \tilde{\boldsymbol{\delta}}^T \dot{\boldsymbol{\delta}} - \frac{1}{\alpha_3} \tilde{\mathbf{v}}^T \dot{\mathbf{v}} - \\ &\quad \frac{1}{\alpha_4} \tilde{\mathbf{r}}^T \dot{\mathbf{r}} - \frac{1}{\alpha_5} \tilde{H}(t) \dot{\tilde{H}}(t) \\ &= S(t) (B_n^{-1} A_n - K_s) S(t) + S(t) (\tilde{\boldsymbol{\theta}} \hat{\boldsymbol{\theta}} + \hat{\boldsymbol{\theta}} \boldsymbol{\theta}_\delta \tilde{\boldsymbol{\delta}} + \hat{\boldsymbol{\theta}} \boldsymbol{\theta}_v \tilde{\mathbf{v}} \\ &\quad + \hat{\boldsymbol{\theta}} \boldsymbol{\theta}_r \tilde{\mathbf{r}} - U_r + H) - \frac{1}{\alpha_1} \tilde{\boldsymbol{\theta}} \dot{\boldsymbol{\theta}}^T - \frac{1}{\alpha_2} \tilde{\boldsymbol{\delta}}^T \dot{\boldsymbol{\delta}} \\ &\quad - \frac{1}{\alpha_3} \tilde{\mathbf{v}}^T \dot{\mathbf{v}} - \frac{1}{\alpha_4} \tilde{\mathbf{r}}^T \dot{\mathbf{r}} - \frac{1}{\alpha_5} \tilde{H}(t) \dot{\tilde{H}}(t) \\ &= S(t) (B_n^{-1} A_n - K_s) S(t) + \left[\tilde{\boldsymbol{\theta}} \left(\hat{\boldsymbol{\theta}} S(t) - \frac{1}{\alpha_1} \dot{\boldsymbol{\theta}}^T \right) + \right. \\ &\quad \left[S(t) \hat{\boldsymbol{\theta}} \boldsymbol{\theta}_\delta - \frac{1}{\alpha_2} \tilde{\boldsymbol{\delta}}^T \right] \tilde{\boldsymbol{\delta}} + \left[S(t) \hat{\boldsymbol{\theta}} \boldsymbol{\theta}_v - \frac{1}{\alpha_3} \tilde{\mathbf{v}}^T \right] \tilde{\mathbf{v}} + \\ &\quad \left[S(t) \hat{\boldsymbol{\theta}} \boldsymbol{\theta}_r - \frac{1}{\alpha_4} \tilde{\mathbf{r}}^T \right] \tilde{\mathbf{r}} + S(t) (H - U_r) - \\ &\quad \left. \frac{1}{\alpha_5} \tilde{H}(t) \dot{\tilde{H}}(t) \right] \end{aligned} \quad (46)$$

假如(39~42)式為遞迴式類神經網路的適應法則，且強健控制器被設計成(43)式，且其適應估測演算法為(44)式，則(46)可以被重新修改成下式：

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= S(t) (B_n^{-1} A_n - K_s) S(t) + S(t) (H - \hat{H}(t)) - \frac{1}{\alpha_5} \tilde{H}(t) \dot{\tilde{H}}(t) \\ &= S(t) (B_n^{-1} A_n - K_s) S(t) + S(t) (\tilde{H}(t) - \hat{H}(t)) - \tilde{H}(t) S(t) \\ &= S(t) (B_n^{-1} A_n - K_s) S(t) + S(t) \tilde{H}(t) - \tilde{H}(t) S(t) \\ &= S(t) (B_n^{-1} A_n - K_s) S(t) \leq 0 \end{aligned} \quad (47)$$

既然 $V_2(S(t), \tilde{H}(t), \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \tilde{\boldsymbol{\delta}}, \tilde{\mathbf{v}}, \tilde{\mathbf{r}}) \leq 0$ ，

$V_2(S(t), \tilde{H}(t), \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \tilde{\boldsymbol{\delta}}, \tilde{\mathbf{v}}, \tilde{\mathbf{r}})$ 是半負定，即 $V_2(S(t), \tilde{H}(t), \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \tilde{\boldsymbol{\delta}}, \tilde{\mathbf{v}}, \tilde{\mathbf{r}}) \leq V_2(S(0), \tilde{H}(0), \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \tilde{\boldsymbol{\delta}}, \tilde{\mathbf{v}}, \tilde{\mathbf{r}})$ ，這也暗指著 $S(t)$ ， $\tilde{H}(t)$ ， $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$ ， $\tilde{\boldsymbol{\delta}}$ ， $\tilde{\mathbf{v}}$ 和 $\tilde{\mathbf{r}}$ 都是有界值。令函數 $\Gamma_2(t) = -S(t) (B_n^{-1} A_n - K_s) S(t) \leq -V_2$ 並且將其

$$\int_0^t \Gamma_2(\tau) d\tau \leq V_2(S(0), \tilde{H}(0), \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \tilde{\boldsymbol{\delta}}, \tilde{\mathbf{v}}, \tilde{\mathbf{r}}) - V_2(S(t), \tilde{H}(t), \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \tilde{\boldsymbol{\delta}}, \tilde{\mathbf{v}}, \tilde{\mathbf{r}}) \quad (48)$$

因為 $V_2(S(0), \tilde{H}(0), \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \tilde{\boldsymbol{\delta}}, \tilde{\mathbf{v}}, \tilde{\mathbf{r}})$ 是有界值且 $V_2(S(t), \tilde{H}(t), \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \tilde{\boldsymbol{\delta}}, \tilde{\mathbf{v}}, \tilde{\mathbf{r}})$ 是一個非遞增的有界值，所以我們可以得到結果如下：

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \Gamma_2(\tau) d\tau < \infty \quad (49)$$

且 $\dot{V}_2(t)$ 是有界值。因此由巴巴拉輔助定理可以證明 $\lim_{t \rightarrow \infty} \Gamma_2(t) = 0$ 。故當 $S(t) \rightarrow 0$ 則 $t \rightarrow \infty$ 。故本文所提出的控制系統不但是穩定的且其控制系統的追蹤誤差在 $S(t) \rightarrow 0$ 時將會收斂到 0。 Q.E.D.

IV 實測結果

A. 軌跡規劃

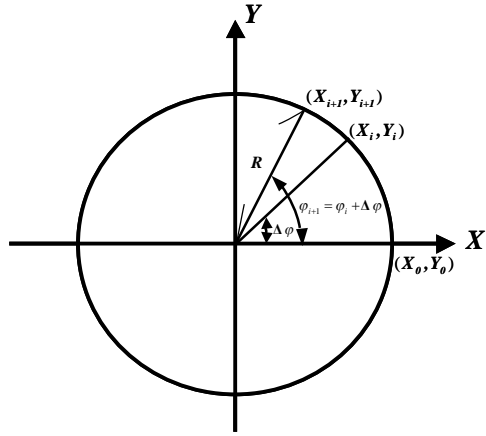
為了有效控制雙軸 CNC 之平台位置，軌跡規劃扮演很重要的角色。雖然軌跡規劃為 2 維平面運動，但在實際軌跡規劃，常對 X 軸與 Y 軸分別設計。因此 X 軸與 Y 軸的追隨命令便需要經過事先規劃與設計，本文利用所設計的二種軌跡圓形和窗形此來展現雙軸 X-Y 平台的軌跡運動。

圓軌跡規劃如圖 3(a)所示，其圓軌跡方程式為：

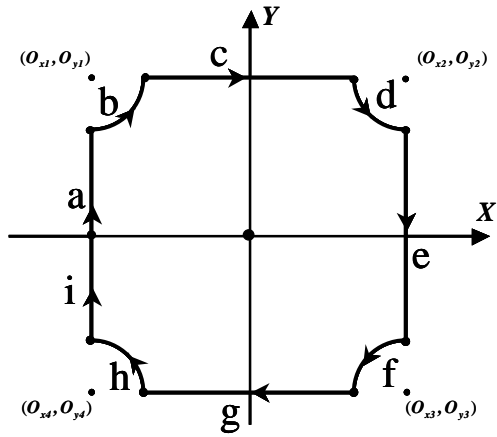
$$\begin{aligned} \varphi_i &= \varphi_{i-1} + \Delta\varphi \\ X_i &= R \sin(\varphi_i) \end{aligned} \quad (50)$$

$$Y_i = R \cos(\varphi_i) \quad (51)$$

其中 $\Delta\varphi$ 為角度之變化；R 為圓半徑； X_i 為 X 軸之命



(a)



(b)

圖 3 參考軌跡

令軌跡； Y_i 為 Y 軸之命令軌跡；藉由上述之軌跡方程式，隨著時間的進行對角度的累加即可產生圓形軌跡，並可藉由調整累加角度的大小改變轉子運動的速度。

窗形軌跡規劃如圖 3(b)所示，其窗形軌跡方程式可分為 9 個部份，其中 b、d、f 和 h 軌跡之動作時間為 $0.5t$ ，而 a 和 i 軌跡之動作時間為 t ，其餘的 c、e 和 g 軌跡之動作時間為 $2t$ 。

窗形軌跡規劃方程式描述如下：

$$\varphi_i = \varphi_{i-1} + \Delta\varphi$$

a 軌跡：

$$X_i = 0 \times S + X_{i-1} \quad (52)$$

$$Y_i = S + Y_{i-1} \quad (53)$$

b 軌跡： $(\varphi_i : \frac{6}{4}\pi \rightarrow 2\pi)$

$$X_i = O_{x1} + R \cos(\varphi_i) \quad (54)$$

$$Y_i = O_{y1} + R \sin(\varphi_i) \quad (55)$$

c 軌跡：

$$X_i = S + X_{i-1} \quad (56)$$

$$Y_i = 0 \times S + Y_{i-1} \quad (57)$$

d 軌跡： $(\varphi_i : \pi \rightarrow \frac{6}{4}\pi)$

$$X_i = O_{x2} + R \cos(\varphi_i) \quad (58)$$

$$Y_i = O_{y2} + R \sin(\varphi_i) \quad (59)$$

e 軌跡：

$$X_i = 0 \times S + X_{i-1} \quad (60)$$

$$Y_i = -S + Y_{i-1} \quad (61)$$

f 軌跡： $(\varphi_i : \frac{1}{2}\pi \rightarrow \pi)$

$$X_i = O_{x1} + R \cos(\varphi_i) \quad (62)$$

$$Y_i = O_{y1} + R \sin(\varphi_i) \quad (63)$$

g 軌跡：

$$X_i = -S + X_{i-1} \quad (64)$$

$$Y_i = 0 \times S + Y_{i-1} \quad (65)$$

h 軌跡： $(\varphi_i : 0 \rightarrow \frac{1}{2}\pi)$

$$X_i = O_{x1} + R \cos(\varphi_i) \quad (66)$$

$$Y_i = O_{y1} + R \sin(\varphi_i) \quad (67)$$

i 軌跡：

$$X_i = 0 \times S + X_{i-1} \quad (68)$$

$$Y_i = -S + Y_{i-1} \quad (69)$$

其中 $\Delta\varphi$ 為角度之變化； O_{xi} 為各圓之圓心；R 為圓半徑； X_i 為 X 軸之命令軌跡； Y_i 為 Y 軸之命令軌跡。

B. 效能量測

為了比較 RNN 和 RRNN 控制系統的效能，因為本文定義了追隨誤差之平均值 m 和追隨誤差之標準差 T_s

來量測各個控制器的性能。其定義如下：

$$m = \sum_{k=1}^n T(k) / n, \quad (70)$$

$$\text{其中 } T(k) = \sqrt{T_x(k)^2 + T_y(k)^2} \quad \text{和}$$

$$T_i(k) = d_m(k) - d_i(k), \quad i = x, y$$

$$T_s = \sqrt{\sum_{k=1}^n (T(k) - m)^2 / n} \quad (71)$$

C. 實作

RRNN 控制器之學習速率和增益值如下：

$$\begin{aligned} \eta_{1x} &= 0.9, \quad \eta_{2x} = 0.007, \quad \eta_{3x} = 0.001, \quad \eta_{4x} = 0.01, \\ \eta_{5x} &= 0.02, \quad K_{ex} = 0.55, \quad \lambda_x = 60.0 \\ \eta_{1y} &= 0.75, \quad \eta_{2y} = 0.005, \quad \eta_{3y} = 0.001, \quad \eta_{4y} = 0.001, \\ \eta_{5y} &= 0.21, \quad K_{ey} = 0.75, \quad \lambda_y = 90.0 \end{aligned}$$

RNN 控制器之學習速率如下：

$$\eta_1 = 2.1, \quad \eta_2 = 4.0, \quad \eta_3 = 4.0, \quad \eta_4 = 0.7, \quad \eta_5 = 2.0$$

為了展現 RRNN 控制系統在少數神經元下的效能，因此 RNN 在輸入層、隱藏層和輸出層的神經元個數分別為 4、10 和 1。此外，所有權重值的初始值皆使用 initial formation 的步驟[14]。因此 RNN 之網路參數在實作前已經被學習訓練好。

個人電腦是整體 CNC 系統的核心。此個人電腦包含了一張擁有多個通道 ADC、DAC 和 PIO 的 AD/DA 卡和一張運動控制卡。X-Y 平台是由二個 MR-J2S 伺服馬達驅動器和二個 HC-MFS43 永磁同步馬達所構成的。此 X-Y 平台規格為：4-mm 螺距、X 軸最大行程 215mm 和 Y 軸最大行程 118mm。此外，伺服馬達驅動器皆被設定在轉矩模式並且其 Encoder 之解析度為 $1 \mu\text{m}$ 。此 RRNN 控制系統是利用 "Visual BASIC" 語言在個人電腦上實現。並且是由一個主程式和一個控制副程式來實現此 RRNN 控制器之即時控制。主程式中設定了參數和 I/O 的初始化。控制副程式利用 1 毫秒的取樣時間來取得 Encoder 的資料和計算控制演算法。首先由運動控制卡的 Encoder 讀取兩軸的轉子位置，並根據 RRNN 控制演算法計算出 X、Y 軸之轉矩命令，然後經由 DAC 將所計算出的命令送至二軸。

為了驗證 RRNN 控制器對系統效能的改善，於是本文利用一個 3 層的 RNN 為主控制器的系統來控制此 X-Y 平台以便與 RRNN 相比較。並且此 RNN 之網路架構和學習速率均與 RRNN 相同。

圖 4 為 RNN 控制器在圓形和窗形參考軌跡下的實作結果。在必須考慮實際存在的不確定因素下的實作結果中，我們可以看出雖然在同樣的學習速率下，但

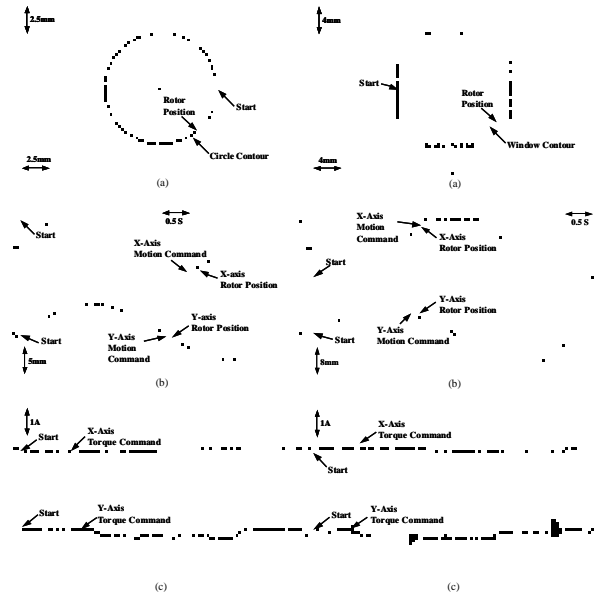


圖 4 遞迴式類神經網路控制系統實測結果

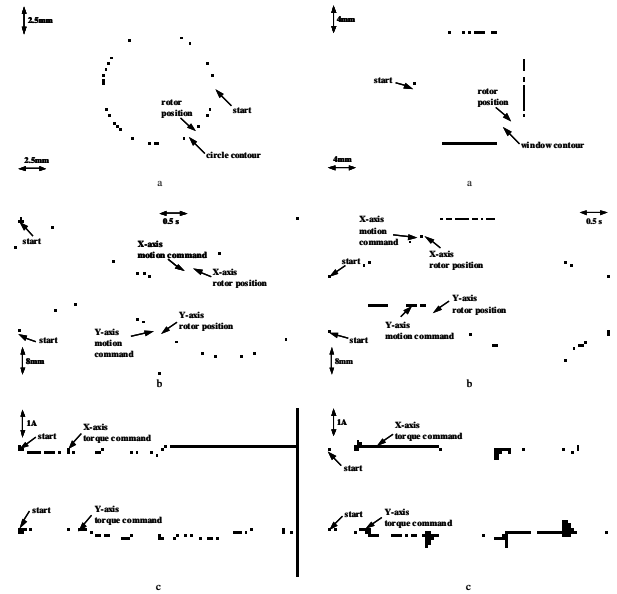


圖 5 強健性遞迴式類神經網路滑動模態控制系統實測結果是 RNN 卻表現出較差的追隨響應。圖 5 為 RRNN 滑動模態控制系統在圖形和窗形參考軌跡下的實作結果。從實作結果中，我們不僅可以看出 RRNN 滑動模態控制系統所得到較好的追隨響應，也可以觀察出此控制系統的強健性。表 1 為 RNN 和 RRNN 滑動模態控制系統在圓形和窗形參考軌跡下，利用平均追隨誤差和追隨誤差之標準差所得到的效能量測。比較其效能量測值，可以明顯地觀察出其 RRNN 滑動模態控制系統的確是比 RNN 控制系統更適合使用在 CNC 工具機上。

控制器	追隨誤差			
	平均值	標準差		
	圓形	窗形	圓形	窗形
RNN	20.4	50.7	21.1	51.8
RRNN Sliding Mode	7.5	10.2	4.6	15.7

V 結論

本文成功地將強健性遞迴式類神經網路滑動模態控制系統應用在由二顆磁場導向控制之永磁同步馬達所構成的 X-Y 平台，用以追隨各種不同的參考軌跡。首先，本文先介紹了磁場導向控制之永磁同步馬達伺服驅動系統的基本原理。然後利用 Lyapunov Stability 來分析此強健性遞迴式類神經網路滑動模態控制系統之穩定性。在設計 RRNN 控制系統方面，RNN 是用來估測一個由總集不確定項組成的非線性函數。並且強健控制器中根據順滑面來的設定，利用一個簡單的適應演算法來線上調整總集不確定項。最後，並利用了各種不同的參考軌跡命令來測試我們所提出控制器的效能。

參考文獻

- [1] T. W. S. Chow and Y. Fang: "A recurrent neural-network-based real-time learning control strategy applying to nonlinear systems with unknown dynamics", IEEE Trans. Ind. Electron., vol. 45, pp. 151-161(1998)
- [2] C. C. Ku and K. Y. Lee: "Diagonal recurrent neural networks for dynamic systems control", IEEE Trans. Neural Networks, vol. 6, pp. 144-156(1995)
- [3] M. P. Groover: Fundamentals of Modern Manufacturing: Materials, Process, and Systems, Upper Saddle River, NJ, Prentice-Hall (1996)
- [4] D. Hanafi, M. Tordon, and J. Katupitiya: "An active axis control system for a conventional CNC machine", in Proc. IEEE/ASME Int. Conf.

Advanced Intelligent Mechatronics, pp. 1188-1193 (2003)

- [5] B. K. Choi, C. H. Choi, and H. Lim: "Robust motion control for CNC machining centers in cutting process: model based disturbance attenuation", in Proc. 5th Int. Workshop Advanced Motion Control, Coimbra, Portugal, pp.310-315(1998)
- [6] Y. Eun, J. H. Kim, and D. I. D. Cho: "Variable structure control of AC servo motors for performance improvement in CNC applications", in Proc. IEEE Int. Conf. Industrial Technology, Shanghai, China, pp. 579-583(1996)
- [7] R. Q. Jiang and J. G. Cai: "Neuron based adaptive control algorithm for CNC Positioning servo system", in Proc. 3rd World Congress Intelligent Control and Automation, Hefei, China, pp. 3121-3125(2000)
- [8] D. I. Kim and S. Kim: "An iterative learning control method with application for CNC machine tools", IEEE Trans. Industry Applications, vol. 32, no. 1, pp. 66-72(1996)
- [9] F. J. Lin: "Real-time IP position controller design with torque feedforward control for PM synchronous motor", IEEE Trans. Indus. Electro., vol. 44, no. 3, pp. 398-407(1997)
- [10] J. -J. E. Slotine, and W. Li, Applied Nonlinear Control, Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, 1991.
- [11] C. H. Lee, and C. C. Teng "Identification and control of dynamic systems using recurrent fuzzy neural networks," IEEE Trans. Fuzzy Systems, vol. 8, no.4, pp. 349-366, 2000.