

三軸壓電致動平台之 智慧型精密運動控制

本研究之目的是發展以個人電腦為控制核心，利用一個非對稱型函數連結放射狀基底函數網路（Functional Link Radial Basis Function Network with Asymmetric Membership Function, FLRBFN-AMF）計算力控制系統來控制三維度之壓電奈米定位平台（Piezo-Flexural Nanopositioning Stage, PFNS）。首先提出壓電奈米定位平台之動態數學模型並加以說明，此數學模型所描述之總集不確定項，包括等效磁滯摩擦力在內，接著提出一個採用輔助控制器之計算力控制系統來追隨參考輪廓以提高穩態響應。由於動態壓電奈米定位平台是非線性且時變，當參數改變時計算力控制系統之性能將會受到影響，因此，發展出一非對稱型函數連結放射狀基底函數網路計算力控制系統來估測非線性函數，包含壓電奈米位移平台的動態總集不確定項，以提高追隨多樣的參考軌跡之性能。

作者 / 林法正、李世揚

關鍵字 / 壓電致動平台、函數連結放射狀基底函數網路、非對稱型隱藏層函數、精密運動控制

近幾年來，高精度多維的壓電奈米定位平台已廣泛的使用在各種工業的應用之中，例如：高密度半導體、掃描探針顯微鏡、微機電系統（MEMS）等等。一個應用多維的壓電奈米定位平台掃描隧道顯微鏡[1]通常用在材料工程領域掃描窗口表面可視化的極微小解析度，其取值範圍為從 10nm^2 到 $1\text{ }\mu\text{m}^2$ 。一般而言，多維度的壓電奈米定位平台是由壓電致動器和壓電彎曲機制組合而成，其優點是剛性高、響應速度快和奈米級位移分辨率。因此，許多研究都採用壓電致動器應用在奈米級定位和微米級定位控制，包括自適應控制、非線性控制、強健控制和智慧型控制 [2-9]。

在壓電奈米定位平台的輸入電壓與輸出位移之間通常存在著磁滯現象，不論是開迴路控制或閉迴路控制都不可避免的會造成致動器控制不準確或振盪現象因而降低系統的穩定性。此外，在不同軸的動態磁滯現象通常是無法獲得其相關

資訊，因此如何設計一個高性能的控制系統與克服磁滯現象等問題成為壓電奈米定位平台的一項艱鉅的任務。很多關於反饋控制和前饋控制等相關控制技術之研究在近幾年來被陸續的提出，反饋控制技術應用在壓電致動器的相關研究[10-12]在最近幾年被提出來消除不要的磁滯效應。

智慧型控制的方式如神經和模糊結構等動態無模型之控制技術。結合類神經及模糊控制之發展和複雜的系統動態行為描述之研究已經被發表出來[13]。在這些方法中，放射狀基底函數網路（Radial Basis Function Network, RBFN）方式以局部接納來執行函數映射[14]。由於放射狀基底函數網路具有結構簡單、收斂速度比多層感知器（Multilayer Perceptron, MLP）網路更快等特性，因此，放射狀基底函數網路是一種強大的系統控制發展之工具[15-17]。此外，放射狀基底函數網路通常採用對稱型隱藏層函數（Symmetric Membership Function, SMF）像是高斯函數來作為實際應用，而且放射

狀基底函數網路架構也比模糊系統簡單許多，只是若要達到想要的近似準確性，就必須使用大量的規則來應用才能達成[18]。另一方面，若將非對稱型隱藏層函數（Asymmetric Membership Function, AMF）取代對稱型隱藏層函數，不僅網路的學習能力可以提升外，其模糊規則數也可以優化，因此，很多研究採用非對稱型隱藏層函數來優化模糊規則數目，提高了控制精度[19-20]。此外，函數連結型類神經網路（Functional Link Neural Network, FLNN）是採用函數連結，將原本的輸入空間在輸入網路之前產生非線性的轉換。換言之，輸入變數是可以增加且達到線性可分離性以擴展函數連結型類神經網路的空間[21]。另外，由於高階的影響是併入在輸入變數中來增加輸入空間的維度，函數連結型類神經網路經由適當的多項式輸入設定能夠捕捉非線性之輸入與輸出之間的關係。因此，函數連結型類神經網路是適合用來應用在系統的鑑別或控制應用[21-24]。

本研究是設計一個精密之三維度壓電奈米定位平台動態控制之智慧型控制系統，因此，本研究設計一個非對稱型函數連結放射狀基底函數網路計算力控制系統，其結合放射狀基底函數網路（RBFN）、非對稱型隱藏層函數（AMF）以及函數連結型類神經網路（FLNN）來確保追隨誤差的收斂性及提高三維度壓電奈米定位平台動態控制之控制性能。首先說明一個包含系統參數變化和磁滯現象之非線性動態模型，其次，增加一個輔助控制之計算力控制系統用來追隨參考的輪廓。由於動態特性和壓電奈米定位平台之參數變化是非線性且時變，因此採用一非對稱型函數連結放射狀基底函數網路計算力控制系統，其非對稱型函數連結放射狀基底函數網路是用來估測包括壓電奈米定位平台總集不確定項之非線性函數，以增加平台之控制性能。

此外，強健補償器是用來克服包含最小重建誤差和泰勒級數展開之高階條件等等之不確定項。非對稱型函數連結放射狀基底函數網路之線上訓練適應學習演算法的推導是採用Lya-punov定理來保證閉迴路之追隨穩定性，最後，呈現出實驗結果以證明壓電奈米定位平台使用非對稱型函數連結放射狀基底函數網路控制系統的正確性。

研究方法

單軸壓電致動器動態模型中，由於磁滯模型可與壓電致動器本身動態模型分開考慮，故首先考慮利用摩擦力模型描

述磁滯現象。摩擦力一般可分為庫倫動摩擦力、靜摩擦力與黏滯摩擦力，而根據摩擦力行為的不同，描述摩擦力的數學模型也會不同，其中壓電致動器之磁滯現象可利用靜摩擦力之行為加以表示。傳統上靜摩擦力之行為多以怠滯（Dead Zone）表示，但是靜摩擦力的行為實際上可由以下兩種運動組合而成：（1）塑性變形，此一變形主要具有永久性滑動及硬化特性，簡單的說就是藉由滑動產生永久性的位移，但這些位移將不會因施力移除而消失。（2）非線性彈性變形，主要為磁滯曲線以及曲線轉折點之記憶與消除。一完整的磁滯曲線，其上下施力範圍必不可超過原最大施力值。否則新的塑性位移將使得磁滯無法完成迴路，因此塑性變形與非線性彈性變形是兩個獨立的行為。且當位移量很小時，非線性彈性變形將可視為一線性彈簧，此時配合材料本身的阻尼，整體系統就如標準的二階質量-彈簧-阻尼系統。因此，將提出LuGre摩擦力模型來描述靜摩擦力行為，以表示壓電致動器之磁滯現象，並表現出完整的磁滯摩擦力模型。

LuGre摩擦力模型用一個假想的狀態變數 z 來描述靜摩擦力的非線性行為，並結合Simplified Dahl模型與摩擦力的Stribeck效應，建構出一個具有完整描述任何狀態下的摩擦力行為，我們將上述之磁滯摩擦力模型套用在壓電致動器本身之機械動態模型上，用以描述具磁滯現象之單軸壓電致動器完整動態模型。由於本研究之壓電致動器控制系統是採用三軸個別控制其位移之方式，因此其數學描述式以單軸壓電致動器動態模型來分別表示 x 、 y 及 z 軸，其機械動態模型描述如下：

$$M_l \ddot{d}_l + D_l \dot{d}_l + F_{Hl} + F_{Ll} = K_{El} u_l \quad (1)$$

其中 L 分別表示 x 、 y 、或 z 等各軸； M_l 為壓電致動器的質量； d_l 、 $\dot{d}_l$ 和 $\ddot{d}_l$ 分別代表位移、速度與加速度； D_l 為壓電致動器的線性摩擦力係數； F_{Hl} 為磁滯摩擦力； F_{Ll} 為未知的外力干擾； K_{El} 表示壓電致動器機電轉換係數； u_l 為壓電致動器的輸入電壓，其磁滯摩擦力模型的數學式描述如下[2]：

$$F_{Hl} = \sigma_0 b + \sigma_1 \frac{db}{dt} + \sigma_2 \dot{d}_l \quad (2)$$

$$\frac{db}{dt} = \dot{d}_l - \frac{|\dot{d}_l|}{h(\dot{d}_l)} b \quad (3)$$

其中 b 為假想狀態變數，即物體微小移動下表面的平均塑性變量， σ_0 、 σ_1 和 σ_2 為一般未知且難以驗證的正參數，其分別代表壓電材料的剛性、阻尼與黏滯摩擦係數； $h(\dot{d}_l)$ 為stribeck效應曲線，其方程式如下所示：

$$\sigma_0 h(\dot{d}_l) = f_c + (f_s - f_c) e^{-\left(\frac{\dot{d}_l}{\dot{d}_s}\right)^2} \quad (4)$$

其中 f_c 為庫倫摩擦力， f_s 為靜摩擦力， $\dot{d}_s$ 為stribeck等效速度。將方程式(3)帶入(2)式中，其磁滯摩擦力可表示成

$$F_H = \sigma_0 b - \sigma_1 \frac{1}{h(\dot{d}_l)} b |\dot{d}_l| + (\sigma_1 + \sigma_2) \dot{d}_l \quad (5)$$

由於各軸之磁滯摩擦力模型與機械動態模型描述相同，且本研究之壓電致動器控制系統是採用三軸個別控制，為了簡化說明，代表 x 、 y 、或 z 等各軸之下標 L 將於後面敘述予以省略，重新修正方程式(1)後可得到

$$\ddot{d} = -\frac{D}{M} \dot{d} + \frac{K_E}{M} u - \frac{(F_H + F_L)}{M} \Delta A_p \dot{d} + B_p u + C_p (F_H + F_L) \quad (6)$$

其中 $A_p = -\frac{D}{M}$ ； $B_p = \frac{K_E}{M} > 0$ ； $C_p = -\frac{1}{M}$ ；若考量到壓電系統發生參數變化，方程式(6)可以表示成方程式(7)，而方程式(8)中的 H 是表示壓電致動器未知的總集不確定項。

$$\ddot{d} = (A_p + \Delta A_p) \dot{d} + (B_p + \Delta B_p) u + C_p (F_H + F_L) = A_p \dot{d} + B_p u + H \quad (7)$$

$$H = \Delta A_p \dot{d} + \Delta B_p u + C_p (F_H + F_L) \quad (8)$$

對於所設計之非對稱型函數連結放射狀基底函數網路計算力控制系統之總集不確定項，需要確定包括系統外部干擾、參數變化和軸與軸之間的耦合效應在內之總集不確定項的上界範圍是已知的且滿足下列不等式：

$$|H| \leq \rho \quad (9)$$

其中 ρ 為總集不確定項的上界範圍，在實際的應用上是未知的。

一個非對稱型函數連結放射狀基底函數網路計算力控制系統方塊圖如圖1所示，其中 d 為壓電致動器之實際位移， d_m 為系統所設定目標位移，每一軸皆由非對稱型函數連結放

射狀基底函數網路計算力控制系統各別驅動。根據目標位移來定義追隨誤差為：

$$e = d_m - d \quad (10)$$

其一次微分與二次微分展開如下所示：

$$\dot{e} = \dot{d}_m - \dot{d} \quad (11)$$

$$\ddot{e} = \ddot{d}_m - \ddot{d} \quad (12)$$

$$\dot{E} = [e \quad \dot{e}]^T \quad (13)$$

將第(7)帶入(12)，則

$$\ddot{e} = \ddot{d}_m - A_p \dot{d} - B_p u - H \quad (14)$$

依據(14)，計算力控制 u^* 之理想等效控制法則 u^* 可以設計如下：

$$u^* = B_p^{-1} (\ddot{d}_m - A_p \dot{d} - H + k(t)) \quad (15)$$

其中 $k(t) = k_1 \dot{e} + k_2 e$ ，且 k_1 、 k_2 為非零之正常數。將(15)帶入(14)可得到

$$\ddot{e} + k_1 \dot{e} + k_2 e = 0 \quad (16)$$

由方程式(16)可得知，當追隨誤差 e 在 $t \rightarrow \infty$ 時，其系統之追隨誤差 $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ 將會收斂至零，此外改寫(15)可得

$$u^* = W + u_p(t) \quad (17)$$

其中，非線性函數 w 和輔助控制 $u_p(t)$ 定義成

$$W = B_p^{-1} (\ddot{d}_m - A_p \dot{d} - H) \quad (18)$$

$$u_p(t) = B_p^{-1} k(t) \quad (19)$$

然而，由於不確定項是未知的非線性函數，不能在實際應用中獲得理想的計算力控制法則。因此，將計算力控制法重新設計，以近似理想的等效控制法則來估測所使用之FLRBFN-AMF。由於系統的參數變化是難以測量且其外部干擾的精確值和等效磁滯摩擦力也很難獲得，控制法則(17)在實際應用將無法實現。因此，實際的計算力控制法則以

$\hat{U}$ 來近似 u^* ，修正如下：

$$\hat{U} = \hat{W} + u_p(t) \quad (20)$$

其中，智慧控制法則 $\hat{W}$ 採用學習非線性函數 W ，其定義成

$$\hat{W} = \hat{W}_{FLRBFN} + U_r \quad (21)$$

其中， $\hat{W}_{FLRBFN}$ 是為了要學習非線性方程式 W 且以 FLRBFN-AMF 所得到之估測值； U_r 是強健補償器用來補償 W 和 $\hat{W}_{FLRBFN}$ 之間的最小重建誤差。因此 (20) 所示之實際計算力控制法則可以改寫成

$$\hat{U} = \hat{W}_{FLRBFN} + U_r + u_p(t) \quad (22)$$

PFNS 之實際控制力若以 (22) 為考量則可以設計成

$$u^* = \hat{U} \quad (23)$$

此外，使用 (17)、(19)、(22) 及 (23) 式可以將 (16) 之誤差動態方程式改寫成

$$\begin{aligned} \ddot{e} &= -B_p u_p(t) \\ &= -B_p (\hat{U} - W) \\ &= B_p (W - \hat{W}_{FLRBFN} - U_r - u_p(t)) \end{aligned} \quad (24)$$

因此，其誤差方程式可以寫成

$$\dot{E} = \begin{bmatrix} \dot{e} & \ddot{e} \end{bmatrix}^T = \Lambda E + B(W - \hat{W}_{FLRBFN} - U_r) \quad (25)$$

其中，上式之 $\Lambda = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_2 & -k_1 \end{bmatrix}$ 為穩態矩陣，且 $B = \begin{bmatrix} 0 & B_p \end{bmatrix}^T$ 。

本研究提出的非對稱型函數連結放射狀基底函數網路如圖2所示，其中包含輸入層 (Input Layer)、函數連結層 (Functional Link Layer)、隱藏層 (Hidden Layer) 及輸出層 (Output Layer)，它是由一個三層的放射狀基底函數網路疊加上一個函數連結類神經網路所組成的四層架構網路。此外，本研究在隱藏層是採用如圖二所示之非對稱型高斯函數來獲得最佳的模糊規則數及提高其控制的精準度。函數連結類神經網路用來提高類神經網路的函數逼近的能力，利用函數展開 (Function Expansion) 的方式，將輸入變數拓展開成彼此線性獨立的函數，在函數連結類神經網路中，函數展開的基底函數可用三角函數、高斯函數或其他正交多項式函數。

在本研究中，基底函數是使用三角函數，因為和高斯函數相比，三角函數表示法比較簡潔，且 $\sin$ 和 $\cos$ 函數可以很快的計算出來。對於非對稱型函數連結放射狀基底函數網路詳加敘述能夠幫助我們了解其結構和線上學習演算法的特性。此外，由於在實際的數位信號取樣時間與估計器執行時間比較起來快了很多，因此實際的估測器數位訊號處理設總集不確定項 H 設為一常數，其輸出值可以改寫成：

$$W_{FLRBFN}(\mu, m, s) = \mu Q \quad (26)$$

其中， $\mu = [\mu_1 \ \mu_2 \ \mu_3 \ \mu_4 \ \mu_5 \ \mu_6] \in R^{1 \times 6}$ 是隱藏層和輸出層之權重向量， $Q = Q(\Gamma) \in R^{6 \times 1}$ 則是隱藏層的輸出向量， $\Gamma = [\Gamma_1 \ \Gamma_2 \ \Gamma_3] \in R^{1 \times 3}$ 是函數連結層的輸出向量， $\alpha = [\alpha_{11} \ \alpha_{12} \ \alpha_{13} \ \alpha_{21} \ \alpha_{22} \ \alpha_{23} \ \cdots \ \alpha_{81} \ \alpha_{82} \ \alpha_{83}] \in R^{1 \times 24}$ 是輸入層和函數連結層之間的權重向量，輸入變數被展開為 $\varphi = [\varphi_1 \ \varphi_2 \ \cdots \ \varphi_8]^T = [1 \ x_1 \ \sin(\pi x_1) \ \cos(\pi x_1) \ x_2 \ \sin(\pi x_2) \ \cos(\pi x_2) \ x_1 x_2]^T$ ， $[x_1 \ x_2] = [e \ \dot{e}]$ 是網路輸入向量。此外，網路隱藏層選擇使用非對稱之高斯函數， $Q(\Gamma) = \exp\left[-\frac{(\Gamma - m)^2}{s^2}\right] \in R^{6 \times 1}$ 其中 $m \in R^{3 \times 1}$ 和 $[1 \ 9]$ $s = [\bar{s} \ \underline{s}] \in R^{6 \times 2}$ 是平均值和標準差的調整參數向量； $\bar{s} \in R^{6 \times 1}$ 和 $\underline{s} \in R^{6 \times 1}$ 則是非對稱之高斯函數的左側和右側的標準差。最佳的 FLRBFN-AMF 近似估測值 W_{FLRBFN}^* 是用來估測非線性函數 W ，其方式如下

$$W = W_{FLRBFN}^*(\mu^*, m^*, s^*) + \varepsilon = \mu^* Q^*(m^*, s^*) + \varepsilon \quad (27)$$

其中， ε 是最小重建次差； μ^* 、 m^* 、 s^* 和 Q^* 是 μ 、 m 、 s 和 Q 的最佳參數。改寫 (21) 可以得到

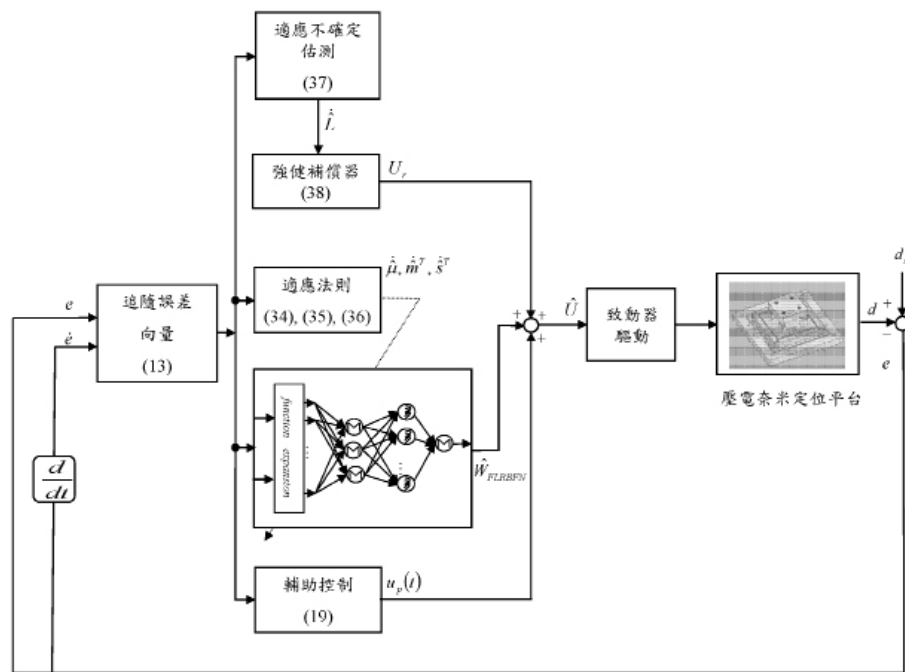
$$\hat{W} = \hat{W}_{FLRBFN}(\hat{\mu}, \hat{m}, \hat{s}) + U_r = \hat{\mu} \hat{Q} + U_r \quad (28)$$

其中， $\hat{\mu}$ 、 $\hat{m}$ 、 $\hat{s}$ 和 $\hat{Q}$ 是 μ 、 m 、 s 和 Q 的線上學習演算法。將 (27) 式減去 (28) 式，可以得到近似誤差 $\tilde{W}$ 為

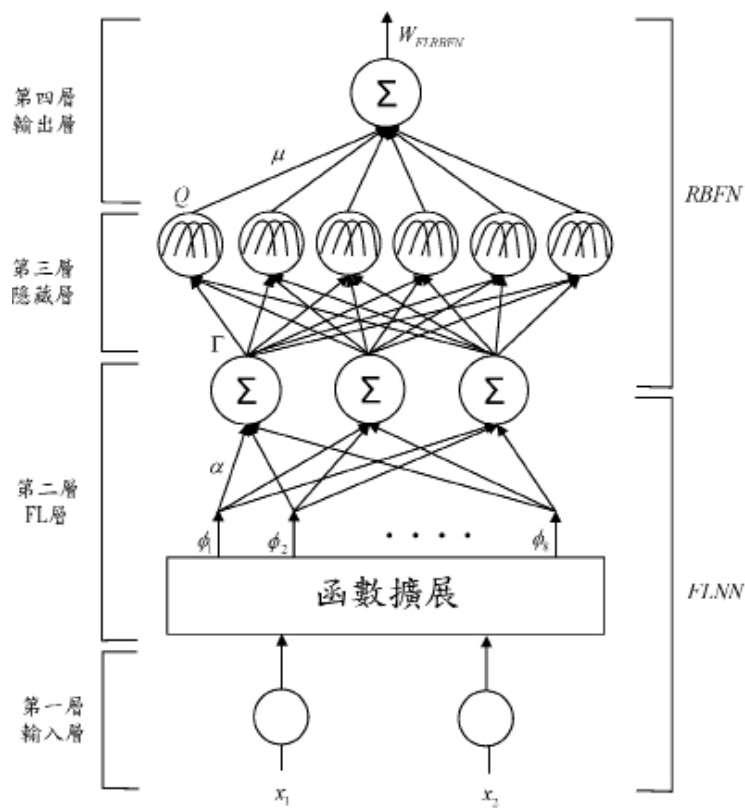
$$\begin{aligned} \tilde{W} &= W - \hat{W} = \mu^* Q^* + \varepsilon - \hat{\mu} \hat{Q} - U_r \\ &= \mu^* Q^* + (\hat{\mu} Q^* - \hat{\mu} \hat{Q}) + \varepsilon - \hat{\mu} \hat{Q} - U_r \\ &= \tilde{\mu} Q^* + \hat{\mu} \tilde{Q} + \varepsilon - U_r \end{aligned} \quad (29)$$

其中， $\tilde{\mu} = \mu^* - \hat{\mu}$ ； $\tilde{Q} = Q^* - \hat{Q}$ 。根據 (25) 和 (29)，誤差方程式

$$\begin{aligned} \dot{E} &= \Lambda E + B \tilde{W} \\ &= \Lambda E + B(\tilde{\mu} Q^* + \hat{\mu} \tilde{Q} + \varepsilon - U_r) \end{aligned} \quad (30)$$



▲ 圖1：非對稱型函數連結放射狀基底函數網路計算力控制系統方塊圖



▲ 圖2：非對稱型函數連結放射狀基底函數網路架構

本文所提出的控制方式用來保證其閉回控制系統的漸近穩定，達成FLRBFN AMF良好的線上追隨性能參數調整，為了達到這些目的，對 $\tilde{Q}$ 以泰勒展開式將其非線性轉換成部分線性

$$\tilde{Q} = \begin{bmatrix} \tilde{q}_1 \\ \tilde{q}_2 \\ \vdots \\ \tilde{q}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial q_1}{\partial m_{11}} & \frac{\partial q_1}{\partial m_{21}} & \frac{\partial q_1}{\partial m_{31}} \\ \frac{\partial q_2}{\partial m_{12}} & \frac{\partial q_2}{\partial m_{22}} & \frac{\partial q_2}{\partial m_{32}} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial q_6}{\partial m_{16}} & \frac{\partial q_6}{\partial m_{26}} & \frac{\partial q_6}{\partial m_{36}} \end{bmatrix} \bigg|_{m=\hat{m}} (m^* - \hat{m})$$

$$+ \begin{bmatrix} \frac{\partial q_1}{\partial s_{r11}} & \frac{\partial q_1}{\partial s_{r21}} & \frac{\partial q_1}{\partial s_{r31}} & \frac{\partial q_1}{\partial s_{r11}} & \frac{\partial q_1}{\partial s_{r21}} & \frac{\partial q_1}{\partial s_{r31}} \\ \frac{\partial q_2}{\partial s_{r12}} & \frac{\partial q_2}{\partial s_{r22}} & \frac{\partial q_2}{\partial s_{r32}} & \frac{\partial q_2}{\partial s_{r12}} & \frac{\partial q_2}{\partial s_{r22}} & \frac{\partial q_2}{\partial s_{r32}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial q_6}{\partial s_{r16}} & \frac{\partial q_6}{\partial s_{r26}} & \frac{\partial q_6}{\partial s_{r36}} & \frac{\partial q_6}{\partial s_{r16}} & \frac{\partial q_6}{\partial s_{r26}} & \frac{\partial q_6}{\partial s_{r36}} \end{bmatrix} \bigg|_{s=\hat{s}}$$

$$\begin{aligned} & (s^* - \hat{s}) + O_i \\ & = Q_m^T \tilde{m} + Q_s^T \tilde{s} + O_i \end{aligned} \quad (31)$$

其中， $\tilde{m} = m^* - \hat{m}$ m^* 是 m 的最佳化參數； $\hat{m}$ 是 m 的估測值； $\tilde{s} = s^* - \hat{s}$ ； s^* 是 s 的最佳化參數； $\hat{s}$ 是 s 的估測值，

$$Q_m^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial q_1}{\partial m_{11}} & \frac{\partial q_1}{\partial m_{21}} & \frac{\partial q_1}{\partial m_{31}} \\ \frac{\partial q_2}{\partial m_{12}} & \frac{\partial q_2}{\partial m_{22}} & \frac{\partial q_2}{\partial m_{32}} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial q_6}{\partial m_{16}} & \frac{\partial q_6}{\partial m_{26}} & \frac{\partial q_6}{\partial m_{36}} \end{bmatrix} \bigg|_{m=\hat{m}} \in R^{6 \times 3},$$

$$Q_s^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial q_1}{\partial s_{r11}} & \frac{\partial q_1}{\partial s_{r21}} & \frac{\partial q_1}{\partial s_{r31}} & \frac{\partial q_1}{\partial s_{r11}} & \frac{\partial q_1}{\partial s_{r21}} & \frac{\partial q_1}{\partial s_{r31}} \\ \frac{\partial q_2}{\partial s_{r12}} & \frac{\partial q_2}{\partial s_{r22}} & \frac{\partial q_2}{\partial s_{r32}} & \frac{\partial q_2}{\partial s_{r12}} & \frac{\partial q_2}{\partial s_{r22}} & \frac{\partial q_2}{\partial s_{r32}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial q_6}{\partial s_{r16}} & \frac{\partial q_6}{\partial s_{r26}} & \frac{\partial q_6}{\partial s_{r36}} & \frac{\partial q_6}{\partial s_{r16}} & \frac{\partial q_6}{\partial s_{r26}} & \frac{\partial q_6}{\partial s_{r36}} \end{bmatrix} \bigg|_{s=\hat{s}} \in R^{6 \times 6}$$

， $O_i \in R^{6 \times 6}$ 是高階向量條件。改寫 (31) 成

$$Q^* = \hat{Q} + \tilde{Q} = \hat{Q} + Q_m^T \tilde{m} + Q_s^T \tilde{s} + O_i \quad (32)$$

根據 (31)，近似誤差 $\tilde{W}$ 可以改寫成

$$\begin{aligned} \tilde{W} &= \mu^* (\hat{Q} + Q_m^T \tilde{m} + Q_s^T \tilde{s} + O_i) + \varepsilon - \hat{\mu} \hat{Q} - U_r \\ &= \tilde{\mu} \hat{Q} + \hat{\mu} Q_m^T \tilde{m} + \tilde{\mu} Q_s^T \tilde{s} + \hat{\mu} Q_s^T \tilde{s} + \tilde{\mu} Q_s^T \tilde{s} \\ &\quad + \mu^* O_i + \varepsilon - U_r \\ &= \tilde{\mu} \hat{Q} + \hat{\mu} Q_m^T \tilde{m} + \hat{\mu} Q_s^T \tilde{s} - U_r + L \end{aligned} \quad (33)$$

其中 $L = \tilde{\mu} Q_m^T \tilde{m} + \tilde{\mu} Q_s^T \tilde{s} + \mu^* O_i + \varepsilon$ 為不定確項的條件。

定理1：考慮 (7) 所表示的PFNS驅動系統，如果計算力控制器設計成 (20)，智慧控制法則設計成 (21)，其中 (34) 到 (36) 為FLRBFN-AMF的適應法則設計，強健補償器設計為 (38)，適應不確定項估測為 (37)，則可以保證控制系統的漸近穩定。

$$\dot{\hat{\mu}} = \eta_1 E^T P B \hat{Q} \quad (34)$$

$$\dot{\hat{m}}^T = \eta_2 E^T P B \hat{\mu} Q_m^T \quad (35)$$

$$\dot{\hat{s}}^T = \eta_3 E^T P B \hat{\mu} Q_s^T \quad (36)$$

$$\dot{\hat{L}} = \eta_4 E^T P B \quad (37)$$

$$U_r = \hat{L} \quad (38)$$

其中 η_1 、 η_2 、 η_3 和 η_4 是正參數學習率， $\hat{L}$ 是 L 的線上估測值。

證明：採用Lyapunov函數來證明

$$\begin{aligned} V(t) &= \frac{1}{2} (E^T P E) + \frac{1}{2\eta_1} \tilde{\mu} \tilde{\mu}^T + \frac{1}{2\eta_2} \tilde{m}^T \tilde{m} \\ &\quad + \frac{1}{2\eta_3} \tilde{s}^T \tilde{s} + \frac{1}{2\eta_4} \tilde{L}^T \tilde{L} \end{aligned} \quad (39)$$

其中 $\tilde{L} = L - \hat{L}$ 為估測誤差， $P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix}$ 是滿足Lyapunov方程式的對稱正定矩陣

$$\Lambda^T P + P \Lambda = -J \quad (40)$$

其中 $J > 0$ 。將 (39) 式微分及以 (25)，可以得到

$$\begin{aligned}
 \dot{V}(t) &= \frac{1}{2} E^T P \dot{E} + \frac{1}{2} \dot{E}^T P E - \frac{1}{\eta_1} \dot{\mu} \dot{\mu}^T - \frac{1}{\eta_2} \dot{m} \dot{m}^T \\
 &\quad - \frac{1}{\eta_3} \dot{s} \dot{s}^T - \frac{1}{\eta_4} \dot{L} \dot{L}^T \\
 &= \frac{1}{2} E^T P \left[\Lambda E + B(W - \hat{W}_{FLRBFN} - U_r) \right] \\
 &\quad + \frac{1}{2} \left[\Lambda E + B(W - \hat{W}_{FLRBFN} - U_r) \right]^T P E \\
 &\quad - \frac{1}{\eta_1} \dot{\mu} \dot{\mu}^T - \frac{1}{\eta_2} \dot{m} \dot{m}^T - \frac{1}{\eta_3} \dot{s} \dot{s}^T - \frac{1}{\eta_4} \dot{L} \dot{L}^T \\
 &= -\frac{1}{2} E^T J E + E^T P B \hat{\mu} \hat{Q} - \frac{1}{\eta_1} \dot{\mu} \dot{\mu}^T \\
 &\quad + E^T P B \hat{\mu} \hat{Q}_m^T \hat{m} - \frac{1}{\eta_2} \dot{m} \dot{m}^T + E^T P B \hat{\mu} \hat{Q}_s^T \hat{s} \\
 &\quad - \frac{1}{\eta_3} \dot{s} \dot{s}^T + E^T P B \hat{L} - \frac{1}{\eta_4} \dot{L} \dot{L}^T + E^T P B \hat{L} \\
 &\quad - E^T P B U_r
 \end{aligned} \tag{41}$$

把 (34) - (38) 帶入 (41)，可以得到

$$\dot{V}(t) = -\frac{1}{2} E^T J E \leq 0 \tag{42}$$

由於 $\dot{V}(t) = -\frac{1}{2} E^T J E \leq 0$ 為負半定， $V(t) \leq V(0)$ ，表示 E 、 $\hat{\mu}$ 、 $\hat{m}$ 、 $\hat{s}$ 和 $\hat{L}$ 是有界值。定義函數 $\Omega(t) = \frac{1}{2} E^T J E \leq -\dot{V}$ 並且對其積分成為 (t)

$$\int_0^t \Omega(\tau) d\tau \leq V(0) - V(t) \tag{43}$$

因為 $V(0)$ 有為界值， $V(t)$ 不會再增加且有界值

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \Omega(\tau) d\tau < \infty \tag{44}$$

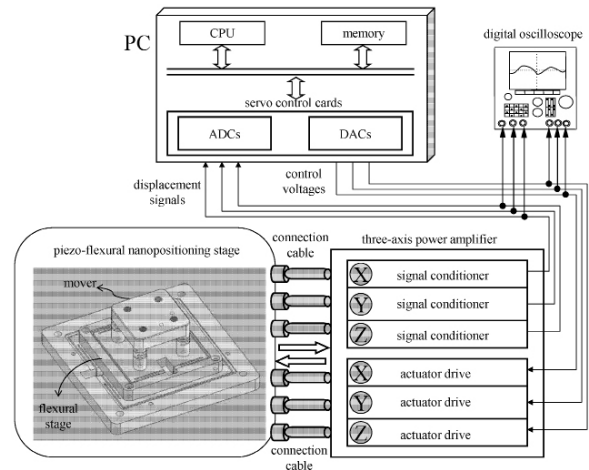
將 $\Omega(t)$ 微分成

$$\dot{\Omega}(t) = E^T J \dot{E} \tag{45}$$

由於所有的變數在右半面 (30) 是有界值即表示 $\dot{E}$ 也是有界值，此外 $\Omega(t)$ 為連續值。使用 Barbalet's 定理 [25]，可以表示 $\lim_{t \rightarrow \infty} \Omega(t) = 0$ 。當 $t \rightarrow \infty$ 時 $E \rightarrow 0$ ，根據這個結果可以表示控制系統為漸進穩定，此外，控制系統的追隨誤差將收斂到零。

結論與成果

本實驗結構如圖3所示，使用德國Piezomechanik公司所生產之回饋式壓電功率放大器PosiCon.an150-3，輸入電壓-1V~5V、輸出電壓-30V~150V 輸出電流60mA及放大倍率30倍。本研究使用之壓電致動器是由德國Piezomechanik公司所生產壓電致動器PST150/5X5/20型，其中長、寬、高分別為a: 5 mm、b: 5 mm、L: 18 mm，最大伸長位移為20 mm，最大收縮位移為8 mm，等效電容為1800 nF，共振頻率為50 kHz，最大負載2000 N，解析度為0.4nm，位移與電壓的關係為8 mm / V。此外，個人電腦以多通道的類比-數位轉換器 (ADC) 和數位-類比轉換器 (DAC)，並以“Visual Basic”撰寫控制程式。



▲ 圖3：壓電致動器以PC為控制核心之系統構圖

此外，為了驗證本研究所提出之可行性，提出如表一所示之兩種測試條件，藉由不同的波形、頻率、行程和負載大小條件下以完整的測試所提出控制器之控制性能。圖4和5是計算力控制系統在不使用FLRBFN-AMF的條件下之實驗結果，圖四的（a）到（g）及（h）到（n）是以測試條件一和二所實驗的XY軸圓形輪廓計算力控制的追隨誤差和控制力的實驗結果（表2）。此外，圖5的（a）到（c）及（d）到（f）是以測試條件一和二所實驗的Z軸弦波和梯形波輪廓計算力控制的追隨誤差和控制力的實驗結果（表3）

▼ 表1：實驗測試條件

	x-y 軸	z-軸	負載
	circle	sinusoid and trapezoid	
測試條件一	x-軸: $\pm 4\mu m$ y-軸: $\pm 4\mu m$ 頻率: 1Hz	z-軸: 弦波 $\pm 4\mu m$ 頻率: 1Hz z-軸: 梯形波 $8\mu m$ 頻率: 1Hz	0kg
測試條件二	x-軸: $\pm 15\mu m$ y-軸: $\pm 15\mu m$ 頻率: 10Hz	z-軸: sinusoid $\pm 4\mu m$ 頻率: 20Hz z-軸: trapezoid $8\mu m$ 頻率: 20Hz	30kg

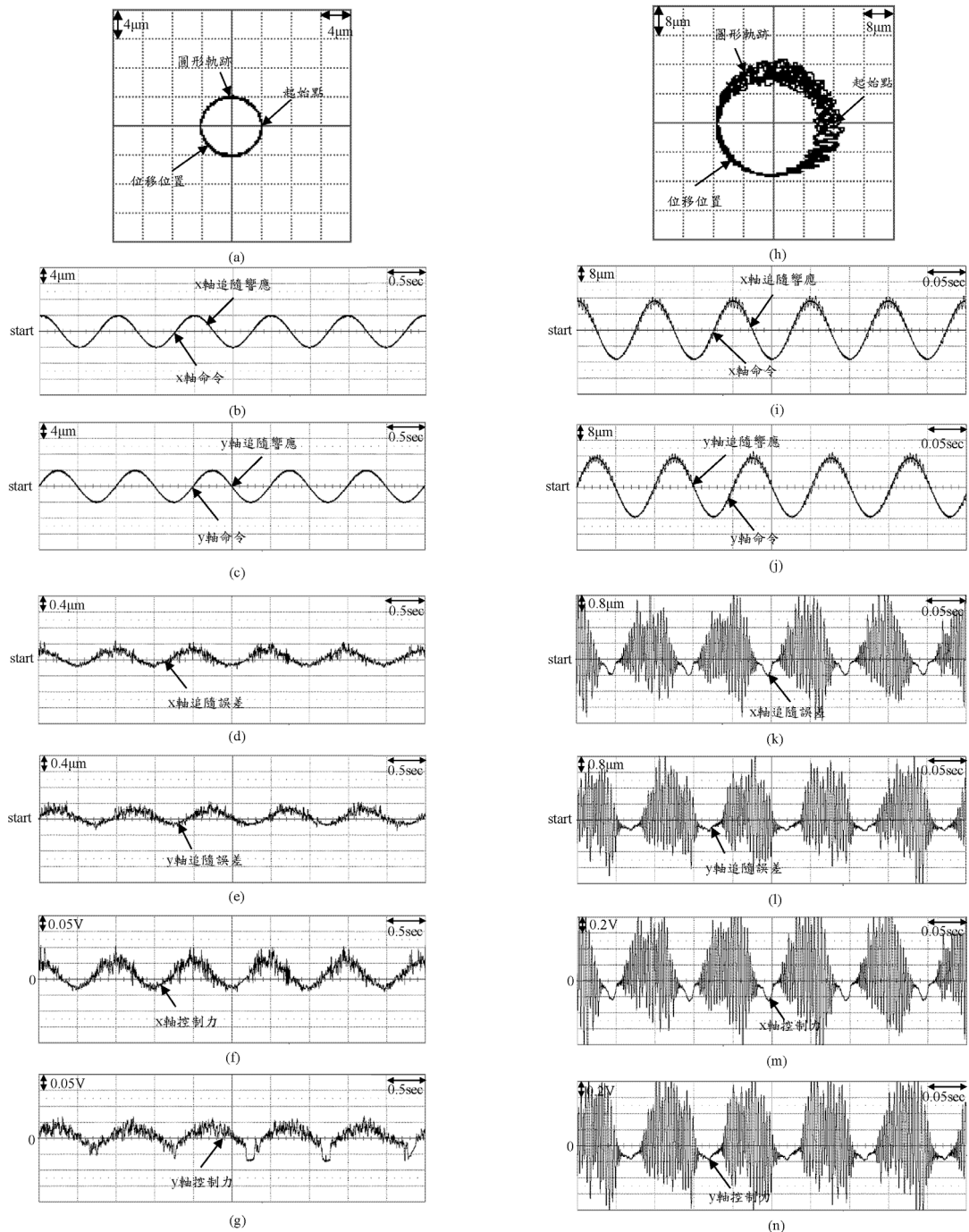
▼ 表2：X-Y軸性能量測

控制器& 追隨波形 μm 追隨誤差	測試條件一		測試條件二	
	computed force	computed force using FLRBFN-AMF	computed force	computed force using FLRBFN-AMF
	圓形	圓形	圓形	圓形
最大值	0.6467	0.4152	5.3335	1.2986
平均值	0.0850	0.7084	0.6142	0.2795
標準差	0.2424	0.2023	1.6216	0.7300

▼ 表3：Z軸性能量測

控制器& 追隨波形 μm 追隨誤差	測試條件一		測試條件二	
	computed force	computed force using FLRBFN-AMF	computed force	computed force using FLRBFN-AMF
	弦波 梯形波	弦波 梯形波	弦波 梯形波	弦波 梯形波
最大值	0.4152	0.3120	1.6256	0.6096
平均值	0.0462	0.0272	0.1328	0.1270
標準差	0.1545	0.1480	0.4810	0.2112

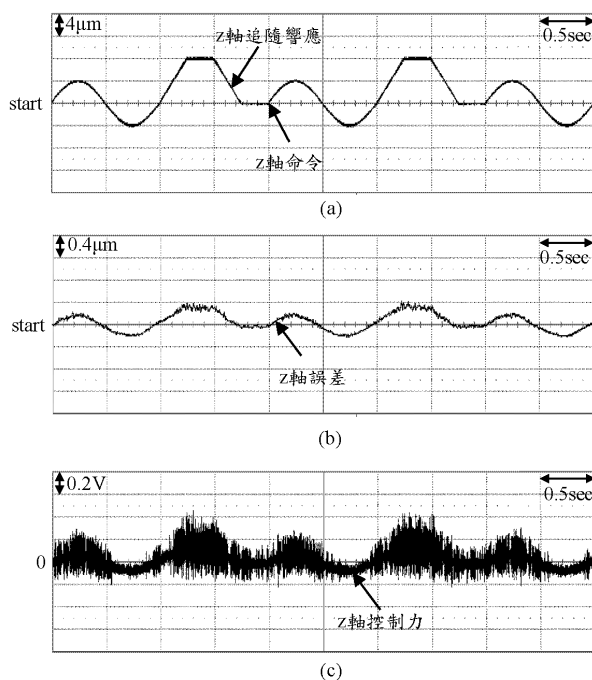
▼ 圖4：計算力控制系統以圓形為輪廓之實驗結果



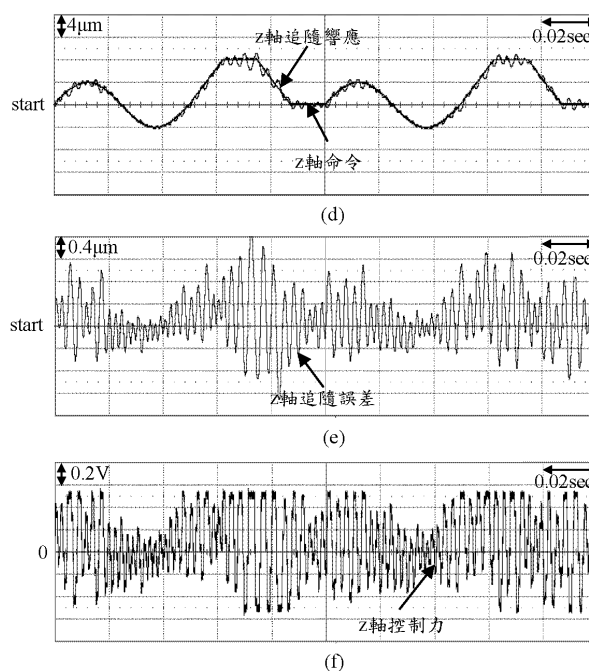
測試條件一 (a)圓形追隨軌跡;(b)x軸追隨響應;(c)y軸追隨響應;(d) x軸追隨誤差;(e)y軸追隨誤差;(f)x軸控制力;(g)y軸控制力。

測試條件二 (h)圓形追隨軌跡;(i)x軸追隨響應;(j)y軸追隨響應;(k) x軸追隨誤差;(l)y軸追隨誤差;(m)x軸控制力;(n)y軸控制力。

▼ 圖5：計算力控制系統以弦波及梯形波為輪廓之實驗結果



測試條件一 (a)z軸追隨響應；(b)z軸追隨誤差；(c)z軸控制力



測試條件二 (d)z軸追隨響應；(e)z軸追隨誤差；(f)z軸控制力

由圖4的(a)到(g)及圖5的(a)到(c)的實驗結果可以得到一個不錯的控制性能，但是圖4的(h)到(n)及圖5的(d)到(f)就明顯發現到控制性能變差很多，這因為系統的總集不確定項的上界範圍 ρ 在實際的應用上是未知的。

圖6和7是計算力控制系統使用FLRBFN-AMF之實驗結果，圖6的(a)到(g)及(h)到(n)是以測試條件一和二所實驗的XY軸圓形輪廓之計算力控制系統使用FLRBFN-AMF之追隨誤差和控制力的實驗結果。

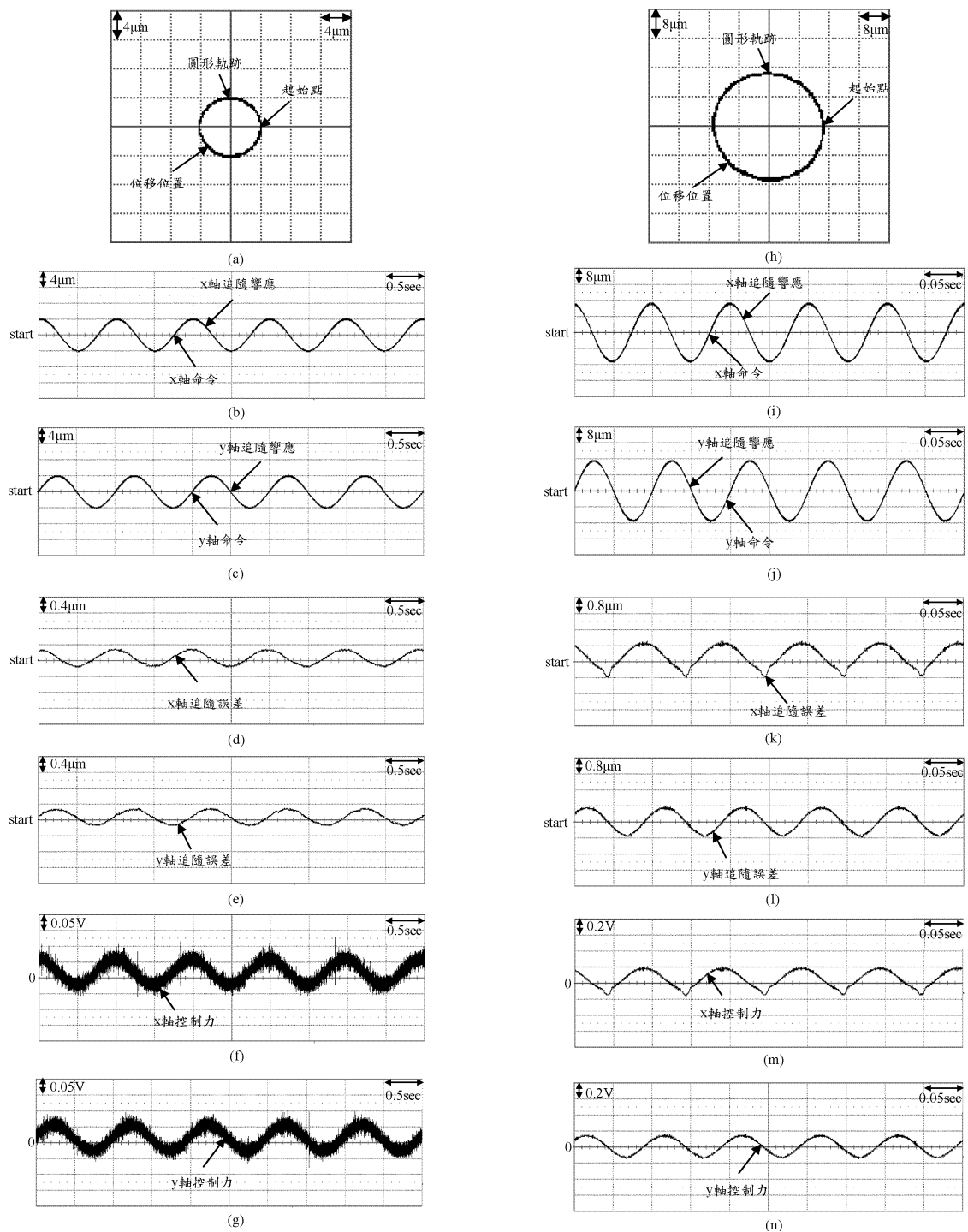
圖7的(a)到(c)及(d)到(f)是以測試條件一和二所實驗的Z軸弦波和梯形波輪廓之計算力控制系統使用FLRB-

FN-AMF之追隨誤差和控制力的實驗結果。由圖6及圖7的實驗結果可知，由於系統的總集不確定項的上界範圍在這裡是不需要的，因此其追隨性能大大提升，其切換現象也改善不少。

本研究成功地以非對稱型函數連結放射狀基底函數網路，其結合放射狀基底函數網路、非對稱型隱藏層函數以及函數連結型類神經網路來確保追隨誤差的收斂性以提高三維度壓電奈米定位平台動態控制之控制性能，並成功地以FLRBFN-AMF、強健補償器來估測三維之PFNS的總集不確定項和最小重建誤差。■

(本文作者林法正為國立中央大學電機工程學系教授；李世揚為國立中央大學電機工程學系博士班研究生)

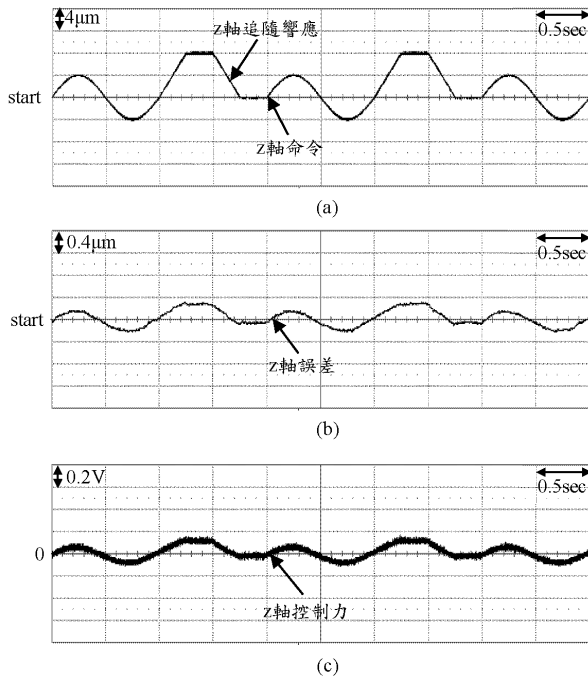
▼ 圖6：非對稱型函數連結放射狀基底函數網路計算力控制系統以圓形為輪廓之實驗結果



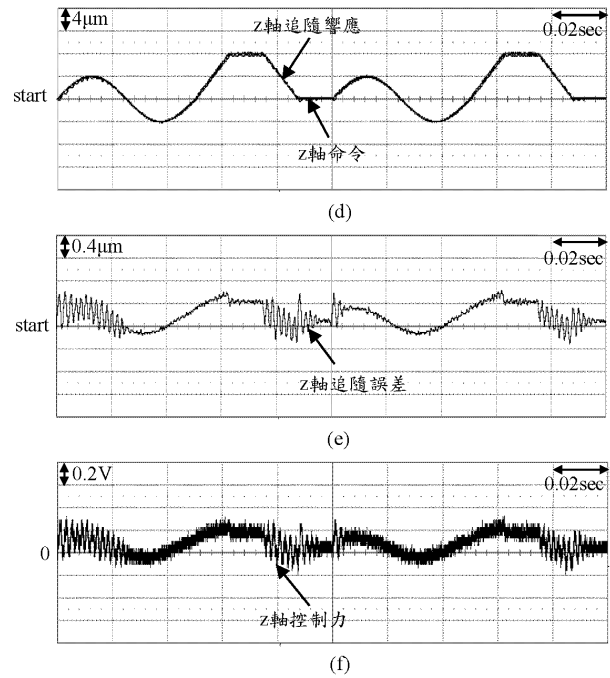
測試條件一 (a)圓形追隨軌跡;(b)x軸追隨響應;(c)y軸追隨響應;(d)x軸追隨誤差;(e)y軸追隨誤差;(f)x軸控制力;(g)y軸控制力。

測試條件二 (h)圓形追隨軌跡;(i)x軸追隨響應;(j)y軸追隨響應;(k)x軸追隨誤差;(l)y軸追隨誤差;(m)x軸控制力;(n)y軸控制力。

▼ 圖7：非對稱型函數連結放射狀基底函數網路計算力控制系統以弦波及梯形波為輪廓之實驗結果



測試條件一：(a)z軸追隨響應；(b)z軸追隨誤差；(c)z軸控制力



測試條件二：(d)z軸追隨響應；(e)z軸追隨誤差；(f)z軸控制力

參考文獻

- [1] N. Bonnail, D. Tonneau, F. Jandard, G.-A. Capolino, and H. Dallaporta, "Variable structure control of a piezoelectric actuator for a scanning tunneling microscope," IEEE Trans. Ind. Electron., vol. 51, no. 2, pp. 354-363, 2004.
- [2] S. Bashash and N. Jalili, "Robust adaptive control of coupled parallel piezo-flexural nanopositioning stages," IEEE/ASME Trans. Mechatronics, vol. 14, no. 1, pp. 11-20, 2009.
- [3] T. Tomas, P. Angeliki, L. John, and S. Abu, "Comparison of two non-linear control approaches to fast nanopositioning: Impulsive control and signal transformation," Mechatronics, vol. 22, no. 3, pp. 302-309, 2012.
- [4] N. Chuang and I. R. Petersen, "Robust control in nano-positioning," IET Control Theory Appl., vol. 6, no. 13, pp. 1993-2001, 2012.
- [5] Q. Xu and M. Jia, "Model reference adaptive control with perturbation estimation for a micropositioning system," IEEE Trans. Control Syst. Technol., no. 99, 10.1109/TCST.2013.2248061, 2013.
- [6] A. Esbrook, X. Tan, and H. K. Khalil, "Control of systems with hysteresis via servocompensation and its application to nanopositioning," IEEE Trans. Control Syst. Technol., vol. 21, no. 3, pp. 725-738, 2013.
- [7] F. J. Lin, H. J. Shieh, and P. K. Huang, "Adaptive wavelet neural network control with hysteresis estimation for piezo-positioning

- mechanism," IEEE Trans. Neural Networks, vol. 17, no. 2, pp. 432-444, 2006.
- [8] F. J. Lin, S. Y. Lee, and P. H. Chou, "Intelligent nonsingular terminal sliding-mode control using MIMO elman neural network for piezo-flexural nanopositioning stage," IEEE Trans. Ultra. Ferro. Freq. Ctrl., vol. 59, no. 12, pp. 2716-2730, 2012.
- [9] C. M. Wen and M. Y. Cheng, "Development of a recurrent fuzzy CMAC with adjustable input space quantization and self-tuning learning rate for control of a dual-axis piezoelectric actuated micro motion stage," IEEE Trans. Indus. Electro., vol. 60, no. 11, pp. 5105-5115, 2013.
- [10] Q. Xu and P. K. Wong, "Hysteresis modeling and compensation of a piezostage using least squares support vector machines," Mechatronics, vol. 21, no. 7, pp. 1239-1251, 2011.
- [11] P. K. Wong, Q. Xu, C. M. Vong, and H. C. Wong, "Rate-dependent hysteresis modeling and control of a piezostage using online support vector machine and relevance vector machine," IEEE Trans. Indus. Electro., vol. 59, no. 4, pp. 1988-2001, 2012.
- [12] Q. Xu, "Identification and compensation of piezoelectric hysteresis without modeling hysteresis inverse," IEEE Trans. Indus. Electro., vol. 60, no. 9, pp. 3927-3937, 2013.
- [13] J. S. R. Jang, C. T. Sun, and E. Mizutani, "Neuro-fuzzy and soft computing: a computational approach to learning and machine

intelligence," IEEE Trans. Autom. Control, vol. 42, no. 10, pp. 1482-1484, 1997.

[14] J. S. R. Jang and C. T. Sun, "Functional equivalence between radial basis function networks and fuzzy inference systems," IEEE Trans. Neural Networks, vol. 4, no.1, pp. 156-159, 1993.

[15] P. H. Shen and F. J. Lin, "Intelligent backstepping sliding-mode control using RBFN for two-axis motion control system," IEE Proc. Electric Power Appl., vol. 152, no. 5, pp. 1321-1342, 2000.

[16] S. Chen, X. Hong, and C. J. Harris, "Sparse multioutput radial basis function network construction using combined locally regularised orthogonal least square and D-optimality experimental design," IEE Proc. Control Theory Appl., vol. 150, no. 2, pp. 136-146, 2003.

[17] Y. Hao, X. Tiantian, S. Paszczynski, and B. M. Wilamowski, "Advantages of Radial Basis Function Networks for Dynamic System Design," IEEE Trans. Ind. Electron., vol. 58, no. 12, pp. 5438-5450, 2011.

[18] H. Y. Pan, C. H. Lee, F. K. Chang, and S. K. Chang, "Construction of asymmetric type 2 fuzzy membership function and application in time series prediction," in Proc. Int. Conf. Machine Learning and Cybernetics, pp. 2024-2030, 2007.

[19] K. H. Cheng, C. F. Hsu, C. M. Lin, T. T. Lee, and C. Li, "Fuzzy neural sliding mode control for dc-dc converters using asymmetric gaussian membership functions," IEEE Trans. Ind. Electro., vol. 54, no. 3, pp. 1528-1536, 2004.

[20] F. J. Lin and P. H. Chou, "FPGA based functional link radial basis function network control for PMLSM servo drive system," in Proc. IEEE Conf. Power Electro., pp. 1377-1382, 2010.

[21] J. C. Patra and R. N. Pal, "A functional link artificial neural network for adaptive channel equalization," Signal Processing, vol. 43, pp. 181-195, 1995.

[22] J. C. Patra and A. C. Kot, "Nonlinear dynamic system identification using Chebyshev functional link artificial neural networks," IEEE Trans. Syst. Man Cybern. B, vol. 32, no. 4, pp. 505-511, 2002.

[23] M. Li, J. Liu, Y. Jiang, and W. Feng, "Complex-chebyshev functional link neural network behavioral model for broadband wireless power amplifiers," IEEE Trans. Micro. Theory Tech., vol. 60, no. 6, pp. 1979-1989, 2012.

[24] C. H. Chen, C. T. Lin, and C. J. Lin, "A functional-link-based fuzzy neural network for temperature control," Proc. IEEE Foundations of Computational Intelligence Conf., pp. 53-58, 2007.

[25] J. J. E. Slotine and W. Li, "Applied nonlinear control" (Englewood Cliff, NJ: Prentice-Hall, 1991)

技術特輯邀稿

《智動化 SmartAuto》雜誌以專業角度深入探討自動化產業的技術進展與應用趨勢，並加入觀點剖析與業界動態，讓讀者快速掌握自動化與智慧化產業的全貌，並以網路與平面雙重平台提供詳實的產業訊息，為兼具深度與廣度的自動化專業媒體。

投稿格式：

請以Microsoft Office Word編排的電子檔為主，（請附上原始圖片及表格）稿件可用e-mail至遠播資訊編輯部，賜稿請註明姓名與聯絡電話。

來稿請寄：E-mail：fuhsia@ctimes.com.tw

遠播資訊 / TEL：02-2585-5526 ext.333 陳小姐

*註：若您希望配合某月主題刊登，請於投稿時註明，並請於當期主題前二個月投稿以便進行編排作業。

2015技術特輯專題

月份	題目
1月	智慧建築
2月	-
3月	冷凍空調技
4月	馬達控制技術
5月	變頻技術趨勢
6月	太陽能技術
7月	變壓器剖析
8月	UPS
9月	自動化技術
10月	自動化量測技術
11月	工業安全設計
12月	電力監控技術
*註：2015年技術特輯專題內容若有更動，將在本雜誌進行更正說明。	